

Mein Ma-ABI  
45<sup>2</sup> + 1

THEMA:  
Aufgaben B-Teil  
Schwerpunkt B3

langfristige Aufgabe 2  
HM: MMS/Formelsammlung



auch erhältlich auf  
www.maphyside.de

- 1** Ein Unternehmen stellt Kunststoffteile her. Erfahrungsgemäß sind 4 % der hergestellten Teile fehlerhaft. Die Anzahl fehlerhafter Teile unter zufällig ausgewählten kann als binomialverteilt angenommen werden.

- 1.1 800 Kunststoffteile werden zufällig ausgewählt.

Berechnen Sie für die folgenden Ereignisse jeweils die Wahrscheinlichkeit:

A: „Genau 30 der Teile sind fehlerhaft.“

B: „Mindestens 5 % der Teile sind fehlerhaft.“

Erreichbare BE-Anzahl: 03

- 1.2 Ermitteln Sie, wie viele Kunststoffteile mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit davon mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % mindestens 100 Teile keinen Fehler haben.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Die Kunststoffteile werden aus Kunststoffgranulat hergestellt. Nach einem Wechsel des Granulats vermutet der Produktionsleiter, dass sich der Anteil der fehlerhaften Teile reduziert hat. Um einen Anhaltspunkt dafür zu gewinnen, ob die Vermutung gerechtfertigt ist, soll die Nullhypothese „Der Anteil der fehlerhaften Teile beträgt mindestens 4 %.“ auf der Grundlage einer Stichprobe von 500 Teilen auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden.

- 1.3 Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

- 1.4 Das neue Granulat ist teurer als das vorherige.

Geben Sie an, welche Überlegung zur Wahl der Nullhypothese geführt haben könnte, und begründen Sie Ihre Angabe.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

- 2** Eine Kassiererin einer Bank behauptet, nur durch Tasten und Betrachten erkennen zu können, ob ein Geldschein echt oder gefälscht ist. Ein Kollege bezweifelt dies und legt ihr testweise zehn Geldscheine vor. Die Kassiererin muss für jeden der Scheine entscheiden, ob er echt oder gefälscht ist. Wird die Nullhypothese „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sich die Kassiererin korrekt entscheidet, beträgt höchstens 50 %.“ auf einem Signifikanzniveau von 5 % abgelehnt, so ist der Kollege bereit, seine Zweifel aufzugeben.

- 2.1 Bestimmen Sie die zugehörige Entscheidungsregel.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

- 2.2 Der Kassiererin werden im Rahmen eines weiteren Tests mit unveränderter Nullhypothese und unverändertem Signifikanzniveau  $n$  Scheine vorgelegt. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie bei einem Geldschein die richtige Entscheidung trifft, wird mit  $p$  bezeichnet. Die Abbildung 2 stellt für einen bestimmten Wert von  $n$  in Abhängigkeit von  $p$  die Wahrscheinlichkeit dafür dar, dass das Ergebnis des Tests im Ablehnungsbereich liegt.

Bestimmen Sie für ein geeignet gewähltes Beispiel mithilfe der Abbildung 2 die Wahrscheinlichkeit für den zugehörigen Fehler zweiter Art.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

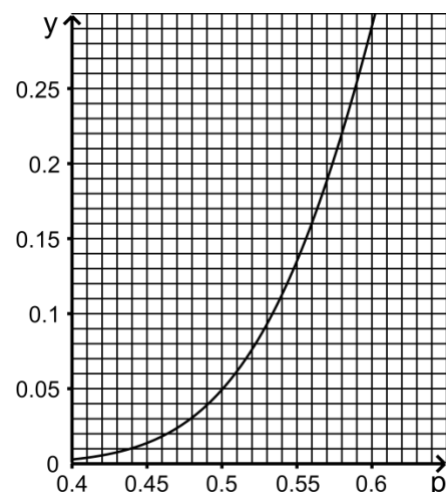


Abb. 2

**3** Das Unternehmen richtet ein Online-Portal zur Reservierung ein und vermutet, dass dadurch der Anteil der Personen mit Reservierung, die zur jeweiligen Fahrt nicht erscheinen, zunehmen könnte. Als Grundlage für die Entscheidung darüber, ob pro Fahrt künftig mehr als 64 Reservierungen angenommen werden, soll die Nullhypothese „Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, beträgt höchstens 10 %.“ mithilfe einer Stichprobe von 200 Personen mit Reservierung auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden. Vor der Durchführung des Tests wird festgelegt, die Anzahl der Reservierungen pro Fahrt nur dann zu erhöhen, wenn die Nullhypothese aufgrund des Testergebnisses abgelehnt werden müsste.

3.1 Ermitteln Sie für den beschriebenen Test die zugehörige Entscheidungsregel.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

3.2 Entscheiden Sie, ob bei der Wahl der Nullhypothese eher das Interesse, dass weniger Plätze frei bleiben sollen, oder das Interesse, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen, im Vordergrund stand.

Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

3.3 Beschreiben Sie den Fehler zweiter Art im Sachzusammenhang.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

**4** Der Anteil der zufriedenen Abonnenten von derzeit 60 % soll gesteigert werden. Dazu wird ein Algorithmus entwickelt, der jedem Abonnenten täglich individuell einen Spielfilm vorschlägt. Als Basis für die Entscheidung über den dauerhaften Einsatz des Algorithmus plant das Management einen Probetrieb. Im Anschluss soll die Nullhypothese „Der Anteil der zufriedenen Abonnenten beträgt höchstens 60 %.“ mithilfe einer Stichprobe von 200 zufällig ausgewählten Abonnenten auf einem Signifikanzniveau von 5 % getestet werden.

4.1 Geben Sie an, welche Überlegung des Managements zur Wahl dieser Nullhypothese geführt haben könnte.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Für den beschriebenen Test ergibt sich  $\{132; 133; \dots; 200\}$  als der Ablehnungsbereich der Nullhypothese.

4.2 Zur Bestimmung der unteren Grenze dieses Ablehnungsbereichs wurden zunächst folgende Lösungsschritte ausgeführt:

◆  $Y$ : Anzahl der zufriedenen Abonnenten in der Stichprobe

◆  $P_{0,6}^{200}(Y \geq 132) \approx 0,047$

Begründen Sie, dass die beiden Lösungsschritte zur Bestimmung der unteren Grenze nicht ausreichend sind, und ergänzen Sie diese geeignet.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

4.3\*(Zusatz)

Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit für einen Fehler zweiter Art bei diesem Ablehnungsbereich der Nullhypothese mehr als 90 % betragen könnte.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Mein Ma-ABI $45^2 + 1$	THEMA: Aufgaben B-Teil Schwerpunkt Stochastik	langfristige Aufgabe <b>1</b> HM: MMS/Formelsammlung	Lösungen
---------------------------	-----------------------------------------------------	---------------------------------------------------------	----------

- 1.1  $X$ : Anzahl der fehlerhaften Kunststoffteile  
 $P_{0,04}^{800}(X = 30) \approx 6,9\%$   
 $5\% \cdot 800 = 40$ ,  $P_{0,04}^{800}(X \geq 40) \approx 9,1\%$  **03 BE**
- 1.2  $Y$ : Anzahl der Kunststoffteile, die keinen Fehler haben  
 $P_{0,96}^{107}(Y \geq 100) \approx 93,4\%$   
 $P_{0,96}^{108}(Y \geq 100) \approx 97,0\%$   
 Es müssen mindestens 108 Teile hergestellt werden. **04 BE**
- 1.3  $P_{0,04}^{500}(X \leq k) \leq 5\% \Leftrightarrow k \leq 12$   
 Sind höchstens zwölf der 500 Teile fehlerhaft, so wird die Nullhypothese abgelehnt. **05 BE**
- 1.4 Es soll möglichst vermieden werden, das teurere neue Granulat dauerhaft einzusetzen, obwohl sich der Anteil der fehlerhaften Teile nicht reduziert hat. Das Risiko, aufgrund des Testergebnisses irrtümlich davon auszugehen, dass sich dieser Anteil reduziert hat, beträgt höchstens 5%. **03 BE**
- 2.1  $Z$ : Anzahl der korrekten Entscheidungen  
 $P_{0,5}^{10}(Z \geq k) \leq 0,05$   
 Trifft die Kassiererin für mindestens neun Scheine die korrekte Entscheidung, so wird die Nullhypothese abgelehnt. **05 BE**
- 2.2 Beispiel:  $p = 58\%$   
 Der zugehörige Fehler zweiter Art beträgt etwa  $1 - 22\% = 78\%$ .  
 (Hinweis: Der Prüfling muss  $p$  größer als 50 % wählen.) **03 BE**
- 3.1 Der Fehler erster Art darf selbst bei der größten Wahrscheinlichkeit, die im Rahmen der Nullhypothese liegt, höchstens 5 % betragen.  
 $P_{0,1}^{200}(X \geq 27) \approx 6,7\%$ ,  $P_{0,1}^{200}(X \geq 28) \approx 4,3\%$   
 Erscheinen mindestens 28 Personen mit Reservierung nicht zur Fahrt, so wird die Nullhypothese abgelehnt. **05 BE**
- 3.2 Bei der Durchführung des Tests beträgt das Risiko, die Anzahl der Reservierungen irrtümlich zu erhöhen, höchstens 5 % und ist damit gering. Die Wahrscheinlichkeit dafür, irrtümlich bei der bisherigen Anzahl zu bleiben, kann dagegen wesentlich größer sein. Damit stand bei der Wahl der Nullhypothese das Interesse im Vordergrund, dass nicht mehr Personen mit Reservierung abgewiesen werden müssen. **03 BE**
- 3.3 Der Fehler zweiter Art tritt ein, wenn die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine Person mit Reservierung nicht zur Fahrt erscheint, tatsächlich größer ist als 10 %, das Unternehmen aufgrund des Testergebnisses aber bei der bisherigen Anzahl der Reservierungen bleibt. **02 BE**
- 4.1 Es soll möglichst vermieden werden, den Algorithmus dauerhaft einzusetzen, obwohl der Einsatz des Algorithmus die Zufriedenheit unter den Abonnenten nicht erhöht. **02 BE**
- 4.2 Es könnte eine natürliche Zahl  $k$  mit  $k < 132$  geben, für die  $P_{0,6}^{200}(Y \geq k) \leq 0,05$  gilt.  
 $P_{0,6}^{200}(Y \geq 131) \approx 0,064$   
 Damit ist 132 die untere Grenze des Ablehnungsbereichs. **04 BE**
- 4.3 Beträgt der Anteil der zufriedenen Abonnenten beispielsweise 61 %, dann trifft die Nullhypothese nicht zu und die Wahrscheinlichkeit des zugehörigen Fehlers zweiter Art beträgt  
 $P_{0,61}^{200}(Y \leq 131) \approx 91,7\%$ . **04 BE**