

Mein Ma-ABI
45² + 1

THEMA:
Aufgaben B-Teil
Schwerpunkt B3

langfristige Aufgabe 1
HM: MMS/Formelsammlung



auch erhältlich auf
www.maphyside.de

1 Ein Miniaturmodell eines Obeliskens befindet sich in der Eingangshalle einer Kunstaustellung.

1.1 Der Anteil der Kunstexperten unter den Besuchern dieser Kunstaustellung sei a .

Betrachtet wird folgendes Ereignis:

Unter fünf zufällig ausgewählten Besuchern der Kunstaustellung befindet sich genau ein Kunstexperte.

Ermitteln Sie den Wert a , für den die Wahrscheinlichkeit für dieses Ereignis maximal ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.2 Die Kunstaustellung ist in der Nacht mit einer Alarmanlage gesichert.

Die Wahrscheinlichkeit, dass in einer Nacht ein Einbruch versucht wird, liegt bei 0,1 %. Bei einem Einbruchversuch in der Nacht schlägt die Anlage mit einer Wahrscheinlichkeit von 98 % Alarm. Findet in einer Nacht kein Einbruchversuch statt, kommt es mit einer Wahrscheinlichkeit von 0,4 % zu einem Alarm.

Betrachtet werden folgende Ereignisse E_1 und E_2 :

E_1 : In einer Nacht wird ein Einbruch versucht.

E_2 : In einer Nacht wird ein Alarm ausgelöst.

Weisen Sie nach, dass E_1 und E_2 stochastisch abhängig sind.

In einer Nacht wurde ein Alarm ausgelöst.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Alarm durch einen Einbruchversuch ausgelöst wurde.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2 Die Halle wird für Veranstaltungen genutzt. Es werden eine Musikshow, ein Theaterprogramm und ein Familienprogramm angeboten. Betrachtet werden nur die Gäste, welche an zwei dieser Veranstaltungen teilnehmen.

Erfahrungsgemäß gilt:

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 65 % wählen die Gäste beim ersten Besuch die Musikshow. Diese Gäste werden beim zweiten Besuch mit einer Wahrscheinlichkeit von 42 % wieder die Musikshow, mit einer Wahrscheinlichkeit von 21 % das Theaterprogramm und mit einer Wahrscheinlichkeit von 37 % das Familienprogramm besuchen.

Mit einer Wahrscheinlichkeit von 11 % wählen die Gäste beim ersten Besuch das Theaterprogramm. Diese Gäste werden beim zweiten Besuch mit einer Wahrscheinlichkeit von 41 % die Musikshow und mit einer Wahrscheinlichkeit von 59 % wieder das Theaterprogramm besuchen.

Die Besucher des Familienprogramms werden beim zweiten Besuch entweder die Musikshow oder das Theaterprogramm wählen.

2.1 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein Gast die gleiche Veranstaltung zweimal besuchen wird.

Ermitteln Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit ein Gast bei den zwei Besuchen einmal am Familienprogramm teilnehmen wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

2.2 Mit einer Wahrscheinlichkeit von 8,4 % wählen Gäste erfahrungsgemäß beim ersten Besuch das Familienprogramm und beim zweiten Besuch das Theaterprogramm.

Zeigen Sie, dass 65 % der Gäste, die zuerst das Familienprogramm gewählt haben, beim zweiten Besuch die Musikshow besuchen werden.

Von den Gästen, die beim zweiten Besuch die Musikshow gewählt haben, wird zufällig ein Gast ausgewählt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Gast bei seinem ersten Besuch nicht die Musikshow gewählt hatte.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

3 Es gibt eine Fähre, die ausschließlich von Fußgängern und Radfahrern genutzt wird.

Der Anteil der Fußgänger an allen Nutzern der Fähre beträgt $\frac{2}{3}$.

3.1 Es werden 100 Nutzer der Fähre zufällig ausgewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse unter Annahme einer Binomialverteilung:

Ereignis A: Mehr als die Hälfte dieser Nutzer der Fähre sind Radfahrer.

Ereignis B: Es sind weniger Fußgänger unter diesen Nutzern der Fähre als zu erwarten sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

3.2 Ein Ticket für Fußgänger kostet 1,85 € und ein Ticket für Radfahrer 3,70 €. Andere Tickets werden nicht angeboten. Für den Fährbetrieb fallen pro Tag 1040,00 € Betriebskosten an. Im Mittel sind täglich 390 Nutzer der Fähre zu erwarten.

Berechnen Sie den mittleren Verlust der Fährbetreiber an einem Tag.

Der mittlere Verlust soll durch eine Erhöhung der Ticketpreise ausgeglichen werden. Dabei soll das Verhältnis der Ticketpreise für Fußgänger und Radfahrer erhalten bleiben. Es wird davon ausgegangen, dass weiterhin im Mittel täglich 390 Nutzer der Fähre zu erwarten sind.

Berechnen Sie, um welchen Betrag der jeweilige Ticketpreis mindestens angehoben werden muss.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

4 Skifahren ist ein beliebter Wintersport, bei dem es leider immer wieder zu Unfällen kommt.

4.1 Aufgrund einer statistischen Erhebung ist bekannt, dass der Anteil von Kindern an den Unfallverursachern bei 8 % liegt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

Ereignis A: Höchstens vier der nächsten 20 Unfälle werden von Kindern verursacht.

Ereignis B: Bei den nächsten 20 Unfällen wird kein Unfall von Kindern verursacht.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

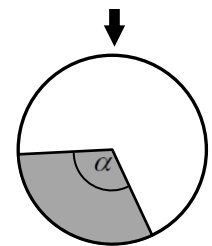
4.2 Eine Analyse der ärztlich behandelten Unfälle in der letzten Wintersaison unterscheidet die Verletzungen bei Frauen und Männern. Es wurde festgestellt, dass bei den verletzten Frauen der Anteil der Knieverletzungen 44,2 % betrug. Bei den verletzten Männern betrug dieser Anteil 23,4 %.

Insgesamt 31,6 % aller Verletzungen waren Knieverletzungen.

Bestimmen Sie den Anteil der verletzten Frauen an allen Verletzten.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

5 Bei der Jubiläumsfeier der Minigolfanlage werden Glücksräder (siehe Abbildung) verwendet. Die als binomialverteilt angenommene Zufallsgröße X gibt jeweils an, wie oft beim mehrmaligen Drehen eines Glücksrades der grau unterlegte Sektor angezeigt wird.



5.1 Ein Glücksrad mit $\alpha = 100^\circ$ wird 10-mal gedreht.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

Ereignis A: Der grau unterlegte Sektor wird genau dreimal angezeigt.

Ereignis B: Der grau unterlegte Sektor wird häufiger angezeigt als zu erwarten ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Bei einem vom Betreiber durchgeführten Spiel mit einem der Glücksräder können Minigolfkurse im Wert von 9 Euro gewonnen werden. Für einen Einsatz von 1 Euro wird das Glücksrad dreimal gedreht. Ein Minigolfkurs wird nur dann gewonnen, wenn dabei genau zweimal der grau unterlegte Sektor angezeigt wird.

5.2 Zeigen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, bei diesem Spiel einen Minigolfkurs zu gewinnen, mithilfe des Terms $\frac{3}{(360^\circ)^2} \cdot \alpha^2 - \frac{3}{(360^\circ)^3} \cdot \alpha^3$ berechnet werden kann.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

5.3 Zeigen Sie, dass bei Verwendung des Glücksrades mit $\alpha = 100^\circ$ auf lange Sicht bei diesem Spiel ein Verlust für den Betreiber entsteht.

Ermitteln Sie alle möglichen Werte von α , für die der Betreiber auf lange Sicht bei diesem Spiel einen Verlust haben wird.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

- 6** Eine Werbefirma produziert Schlüsselanhänger in Form von Pyramiden, wobei 75 % dieser Pyramiden ein Firmenlogo besitzen. Die Anzahl der Pyramiden mit Firmenlogo unter den der Produktion zufällig entnommenen Pyramiden wird als binomialverteilt angenommen.
- 6.1 Der Produktion werden 200 Pyramiden zufällig entnommen.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass mehr als 50 % und weniger als 70 % dieser Pyramiden ein Firmenlogo besitzen.
Erreichbare BE-Anzahl: 03
- 6.2 Ermitteln Sie, wie viele Pyramiden der Produktion mindestens entnommen werden müssen, damit mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 95 % mindestens 10 dieser Pyramiden ein Firmenlogo besitzen.
Erreichbare BE-Anzahl: 03
- 6.3 70 % aller produzierten Pyramiden bestehen aus durchsichtigem Material. Der Anteil derjenigen Pyramiden, die aus durchsichtigem Material bestehen und grün sind, beträgt 14 %.
Von allen produzierten Pyramiden sind 26 % grün.
Der Produktion der Werbefirma wird eine Pyramide zufällig entnommen.
Stellen Sie den Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.
Untersuchen Sie die Ereignisse „Die Pyramide besteht aus durchsichtigem Material.“ und „Die Pyramide ist grün.“ auf stochastische Abhängigkeit.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine entnommene Pyramide aus durchsichtigem Material besteht, unter der Bedingung, dass sie nicht grün ist.
Erreichbare BE-Anzahl: 07
- 7** Um Fledermäuse besser erforschen zu können, wurden von 350 Fledermäusen einer Population 21 Fledermäuse beringt. Zu weiteren Untersuchungen werden zufällig und unabhängig voneinander Fledermäuse dieser Population gefangen. Die Anzahl der beringten Fledermäuse unter diesen gefangenen Fledermäusen wird jeweils als binomialverteilt angenommen.
- 7.1 Zur weiteren Untersuchung werden 50 Fledermäuse dieser Population zufällig gefangen.
Geben Sie an, wie viele beringte Fledermäuse dabei zu erwarten sind.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

Ereignis A: Unter den gefangenen Fledermäusen sind mehr als 10 % beringt.

Ereignis B: Mindestens 45 Fledermäuse sind nicht beringt.
Erreichbare BE-Anzahl: 04
- 7.2 Ermitteln Sie, wie viele Fledermäuse der Population mindestens gefangen werden müssten, damit sich mit einer Wahrscheinlichkeit von mehr als 99 % mindestens 25 nicht beringte Fledermäuse darunter befinden.
Erreichbare BE-Anzahl: 03
- 7.3 Eine Anzahl von Fledermäusen dieser Population wird gefangen.
Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der beringten unter diesen gefangenen Fledermäusen.
Der Erwartungswert von X beträgt.
Bestimmen Sie die Standardabweichung von X .
Erreichbare BE-Anzahl: 03

Mein Ma-ABI $45^2 + 1$	THEMA: Aufgaben B-Teil Schwerpunkt Stochastik	langfristige Aufgabe 1 HM: MMS/Formelsammlung	Lösungen
---------------------------	---	---	----------

1.1 $a = 0,2$

1.2 Wahrscheinlichkeit: $\approx 0,1969$

2.1 Wahrscheinlichkeit: $0,3379$; Wahrscheinlichkeit: $0,4805$

2.2 Wahrscheinlichkeit: $0,4242$

3.1 Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: $\approx 0,0002$

Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B: $\approx 0,4812$

3.2 Größe des mittleren Verlustes: $78,00 \text{ €}$

Anhebung Ticketpreis Fußgänger: um mindestens $0,15 \text{ €}$

Anhebung Ticketpreis Radfahrer: um mindestens $0,30 \text{ €}$

4.1 Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: $P(A) \approx 0,9817$

Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B: $P(B) \approx 0,1887$

4.2 Anteil der verletzten Frauen: $\approx 39,4 \%$

5.1 Wahrscheinlichkeit des Ereignisses A: $\approx 0,2636$

Wahrscheinlichkeit des Ereignisses B: $\approx 0,5559$

5.2 Nachweis

5.3 Werte von α : $\alpha_1 < \alpha < \alpha_2$ mit $\alpha_1 \approx 78,3^\circ$ und $\alpha_2 \approx 345,5^\circ$

6.1 Zufallsgröße X: Anzahl der Pyramiden mit Firmenlogo; $n = 200$ und $p = 0,75$

$P(101 \leq X \leq 139) \approx 0,0454$

6.2 $P(10 \leq X \leq n) > 0,95$

$n \geq 17$

6.3

	grün	nicht grün	
durchsichtig	0,14	0,56	0,7
nicht durchsichtig	0,12	0,18	0,3
	0,26	0,74	1

$P(\text{durchsichtig}) \cdot P(\text{grün}) = 0,26 \cdot 0,7 = 0,182$

$P(\text{durchsichtig und grün}) = 0,14$ Die Ereignisse sind stochastisch abhängig.

$$\frac{0,56}{0,74} = \frac{28}{37}$$

7.1 X: Anzahl der beringten unter den gefangenen Fledermäusen

Es sind 3 beringte Fledermäuse zu erwarten.

$P(A) = P(6 \leq X \leq 50) \approx 0,0776$

$P(B) = P(X \leq 5) \approx 0,9224$

7.2 Y: Anzahl der nicht beringten unter den gefangenen Fledermäusen

$P(25 \leq Y \leq n) > 0,99 \Rightarrow n \geq 30$

7.3 $\frac{18}{5} = n \cdot p$; $\sigma = \sqrt{n \cdot p \cdot (1-p)} = \sqrt{\frac{18}{5} \cdot (1 - \frac{21}{350})} = \frac{3 \cdot \sqrt{235}}{25}$