Klausur 1	Teil B	Name:

Hinweise zur Bearbeitung:
Taschenrechner, Tafelwerk und Wörterbuch sind zur Bearbeitung zugelassen.
Die maximale Arbeitszeit für den Teil B beträgt **50** Minuten.

1 Die Vierfeldertafel gehört zu einem Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B. Für die Wahrscheinlichkeit p gilt $p \neq 0$.

	B	$\overline{B}$	
A	p		$3 \cdot p$
$\overline{A}$			$1-3\cdot p$
	$4 \cdot p$		1

1.1 Vervollständigen Sie die Vierfeldertafel.
Zeigen Sie, dass p nicht den Wert $\frac{1}{5}$ haben kann.

Erreichbare BE - Anzahl: **03**

	B	$\overline{B}$	
A	p	$2\cdot p$	$3 \cdot p$
$\overline{A}$	$3\cdot p$	$1-6\cdot p$	$1-3\cdot p$
	$4 \cdot p$	$1-4\cdot p$	1

Für $p = \frac{1}{5}$ gilt $1-6\cdot p < 0$.

1.2 Für einen bestimmten Wert von p sind A und B stochastisch unabhängig.
Ermitteln Sie diesen Wert von p.

Erreichbare BE - Anzahl: **02**

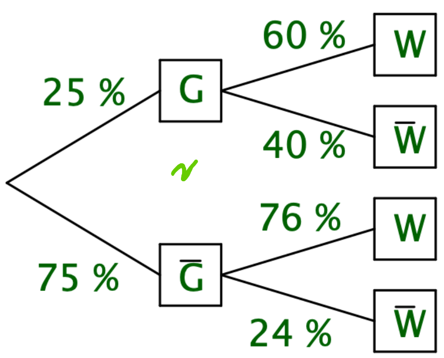
Für $p \neq 0$ gilt: $P(A)\cdot P(B) = P(A \cap B) \Leftrightarrow 3\cdot p\cdot 4\cdot p = p \Leftrightarrow 12\cdot p = 1 \Leftrightarrow p = \frac{1}{12}$

2 Von den Lehrkräften eines Landes arbeiten 25 % an einem Gymnasium. 15 % der Lehrkräfte sind weiblich und arbeiten an einem Gymnasium. Insgesamt sind 72 % der Lehrkräfte weiblich.

2.1 Stellen Sie den Sachzusammenhang in einem beschrifteten Baumdiagramm dar.

Erreichbare BE - Anzahl: **03**

G: „Eine Lehrkraft arbeitet an einem Gymnasium."
W: „Eine Lehrkraft ist weiblich."



2.2 Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine zufällig ausgewählte Lehrkraft weiblich ist oder an einem Gymnasium arbeitet.

Erreichbare BE - Anzahl: **02**

$1-18\,\% = 82\,\%$

2.3 Eine zufällig ausgewählte Lehrkraft ist weiblich.
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass sie an einem Gymnasium arbeitet.

Erreichbare BE - Anzahl: **02**

$\frac{15\,\%}{72\,\%} \approx 21\,\%$

100 Lehrkräfte werden zufällig ausgewählt.

2.4 Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter diesen 100 Lehrkräften die Anzahl derer, die nicht am Gymnasium arbeiten, mindestens viermal so groß ist, wie die Anzahl derer, die am Gymnasium arbeiten.

Erreichbare BE - Anzahl: **03**

X: Anzahl der Lehrkräfte, die nicht an einem Gymnasium arbeiten
$P_{0,75}^{100}(X \geq 80) \approx 15\,\%$

2.5 Geben Sie die Bedeutung des Terms $\sum_{k=75}^{100} \binom{100}{k} \cdot 0{,}75^k \cdot 0{,}25^{100-k}$ im Sachzusammenhang an.

Erreichbare BE - Anzahl: **02**

Der Term gibt die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass höchstens 25 der 100 ausgewählten Lehrkräfte an einem Gymnasium arbeiten.

3 In einem Behälter befinden sich vier weiße und fünf schwarze Kugeln. Dazu wird ein Spiel angeboten. Der Spieler bezahlt zunächst einen Einsatz von 2 Euro; dieser Betrag wird neben dem Behälter ausgelegt. Anschließend muss der Spieler aus dem Behälter zweimal nacheinander eine Kugel zufällig ziehen und wieder zurücklegen. Nach jedem der beiden Züge wird der ausliegende Betrag vom Spielleiter verdoppelt, wenn eine weiße Kugel gezogen wird, und sonst halbiert. Nach dem Spiel erhält der Spieler den dann ausliegenden Betrag.

3.1 Der Term $8 \cdot \left(\frac{4}{9}\right)^2 + 2 \cdot 2 \cdot \frac{4}{9} \cdot \frac{5}{9} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{5}{9}\right)^2$ gibt den Erwartungswert für den Betrag in Euro an, den der Spieler nach dem Spiel erhält. Geben Sie die Bedeutung des zweiten der drei Summanden im Sachzusammenhang an und erläutern Sie Ihre Angabe.

Erreichbare BE - Anzahl: **03**

Der zweite Summand erfasst den Fall, dass eine weiße und eine schwarze Kugel gezogen werden; die zugehörigen Wahrscheinlichkeiten betragen $\frac{4}{9}$ bzw. $\frac{5}{9}$. Dies ist in zwei verschiedenen Reihenfolgen möglich. Der Spieler erhält dafür nach dem Spiel jeweils 2 Euro.

3.2 Ermitteln Sie, wie das Verhältnis der Anzahlen der weißen und schwarzen Kugeln im Behälter gewählt werden müsste, damit Spieler und Spielleiter die gleiche Gewinnerwartung haben.

Erreichbare BE - Anzahl: **05**

Die Wahrscheinlichkeit dafür, eine weiße Kugel zu ziehen, wird mit p bezeichnet.

$$8 \cdot p^2 + 2 \cdot 2 \cdot p \cdot (1-p) + \frac{1}{2} \cdot (1-p)^2 = \frac{9}{2}p^2 + 3p + \frac{1}{2}$$

$$\frac{9}{2}p^2 + 3p + \frac{1}{2} = 2 \Leftrightarrow p^2 + \frac{6}{9}p + \frac{1}{9} = \frac{4}{9} \Leftrightarrow p^2 + \frac{2}{3}p - \frac{1}{3} = 0$$

$$\Leftrightarrow p = -\frac{1}{3} - \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = -1 \vee p = -\frac{1}{3} + \sqrt{\frac{1}{9} + \frac{1}{3}} = \frac{1}{3}$$

Die Anzahl der schwarzen Kugeln müsste doppelt so groß sein wie die der weißen.