

Klausur 1 Teil A Name: _____

Hinweise zur Bearbeitung:

Taschenrechner und Tafelwerk sind zur Bearbeitung nicht zugelassen.
Die maximale Arbeitszeit für den Teil A beträgt **40** Minuten.

1 In den Aufgaben 1.1 bis 1.5 ist von den jeweils fünf Auswahlmöglichkeiten genau eine Antwort richtig. Kreuzen Sie das jeweilige Feld an. Erreichbare BE-Anzahl: /05

1.1 Aus einer Gruppe von sechs gleichstarken Teams der KegelBoys Nordbautzen sollen genau zwei für ein Doppelteam ausgewählt werden.
Die Anzahl der verschiedenen Auswahlmöglichkeiten beträgt:

- 5 15 30 36 6!

1.2 In einer Urne befinden sich eine rote, eine schwarze und eine grüne Kugel. Aus der Urne wird eine Kugel zufällig entnommen, die Farbe notiert und wieder zurückgelegt. Anschließend wird aus dieser Urne wieder eine Kugel zufällig entnommen und die Farbe notiert.
Die Zufallsgröße X beschreibt die Anzahl der gezogenen schwarzen Kugeln. Es gilt:

- $P(X = 2) = \frac{4}{9}$ $P(X > 0) = \frac{5}{9}$ $P(X \leq 2) = \frac{8}{9}$ $P(X = 0) = \frac{1}{9}$ $P(X > 2) = 1$

1.3 Ein idealer Würfel mit genau zwei grünen Seitenflächen wird viermal zufällig geworfen.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei genau dreimal eine grüne Seitenfläche geworfen wird, kann mit folgendem Term berechnet werden:

- $\binom{4}{3} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$ $\binom{3}{4} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$ $\left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$ $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 \cdot \frac{2}{3}$ $3 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^2 \cdot \left(\frac{2}{3}\right)^4$

1.4 Gegeben ist die Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X .

$X = x_i$	0	3	5	a
$P(X = x_i)$	0,1	0,3	0,4	0,2

Für welchen Wert von a beträgt der Erwartungswert dieser Zufallsgröße 4,9 ?

- 6 7 8 9 10

1.5 Eine binomialverteilte Zufallsgröße X hat den Erwartungswert $\mu = 20$ und die Standardabweichung $\sigma = 4$. Für die Parameter n und p von X gilt:

- $n = 20; p = \frac{1}{10}$ $n = 25; p = \frac{1}{5}$ $n = 40; p = \frac{1}{4}$ $n = 80; p = \frac{1}{4}$ $n = 100; p = \frac{1}{5}$

2 Betrachtet werden binomialverteilte Zufallsgrößen.

2.1 Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt mit $n = 10$ und $p = 0,8$.

Eine der folgenden Abbildungen stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X dar.

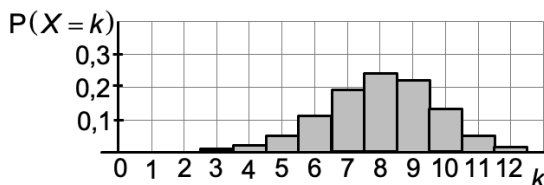


Abbildung 1

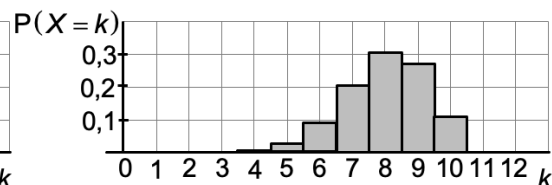


Abbildung 2

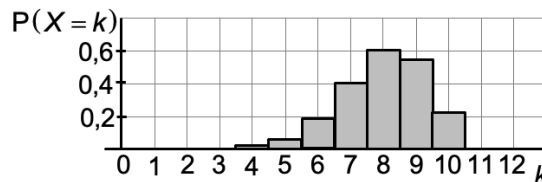


Abbildung 3

Geben Sie die beiden Abbildungen an, die nicht die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X darstellen. Begründen Sie Ihre Angabe.

Erreichbare BE - Anzahl: 3 /3

2.2 Betrachtet wird die binomialverteilte Zufallsgröße Y mit den Parametern n und p .
Es gilt:

- Der Erwartungswert von Y ist 8.
- Die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y ist symmetrisch.

Ermitteln Sie den Wert von n .

Erreichbare BE - Anzahl: 2 /2

1.1	Abbildung 1 stellt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von X nicht dar, da $P(X > 10) > 0$, Abbildung 3 nicht, da $\sum_{k=0}^{10} P(X = k) > 1$.	3
1.2	Aufgrund der Symmetrie der Wahrscheinlichkeitsverteilung gilt $p = 0,5$. $n \cdot 0,5 = 8 \Leftrightarrow n = 16$	2

Von den Aufgaben 3, 4 und 5 der **Aufgabengruppe II** wählen Sie jeweils **zwei** Aufgaben zur Bearbeitung aus.

- 3** Ein Glücksrad besteht aus einem blauen, einem gelben und einem roten Sektor.
Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen „Rot“ erzielt wird, ist $\frac{1}{3}$.
Bei einem Spiel wird das Glücksrad zweimal gedreht. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dabei zweimal „Gelb“ erzielt wird, beträgt $\frac{1}{4}$.
- 3.1 Ermitteln Sie für den gelben Sektor die Größe des Mittelpunktswinkels.
Erreichbare BE – Anzahl: 2/2
- 3.2 Beschreiben Sie im gegebenen Sachzusammenhang ein Zufallsexperiment, bei dem die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses mit dem Term

$$\sum_{i=0}^3 \binom{10}{i} \cdot \left(\frac{1}{9}\right)^i \cdot \left(\frac{8}{9}\right)^{10-i}$$
berechnet werden kann. Geben Sie dieses Ereignis an.
Erreichbare BE – Anzahl: 3/3

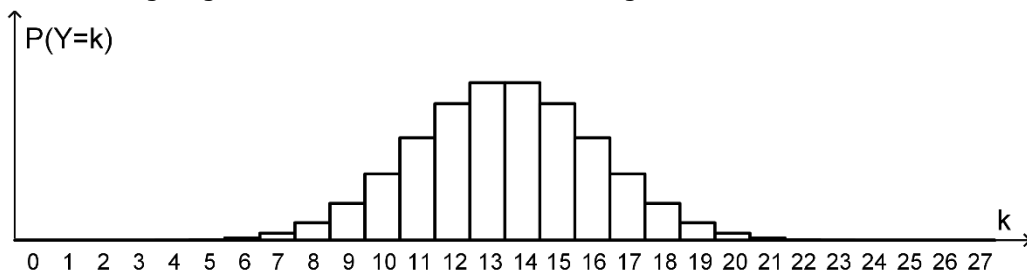
2.1	Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen „Gelb“ erzielt wird, beträgt $\frac{1}{2}$, d. h. der Mittelpunktswinkels ist 180° groß.	2
2.2	Zufallsexperiment: Das Spiel wird zehnmal durchgeführt. Ereignis: „Bei höchstens drei Spielen wird zweimal ‚Rot‘ erzielt.“	3

- 4.1 Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt; die Trefferwahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{4}$. Vervollständigen Sie die folgende Gleichung zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit:

$$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

Erreichbare BE – Anzahl: 2/2

- 4.2 Die Zufallsgröße Y ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 27$ und $p = 0,5$. Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y .



Gegeben sind die Wahrscheinlichkeiten $P(Y \leq 15) \approx 0,78$ und $P(Y = 12) \approx 0,13$.

Berechnen Sie damit einen Wert für die Wahrscheinlichkeit $P(Y = 14)$.

Erreichbare BE – Anzahl: 3/3

2.1	$P(X = 3) = \binom{5}{3} \cdot \left(\frac{3}{4}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$	2
2.2	Mit $P(Y = 15) = P(Y = 12)$ ergibt sich: $P(Y = 14) = P(Y \leq 15) - P(Y = 15) - P(Y \leq 13) \approx 0,78 - 0,13 - 0,5 = 0,15$	3

- 5** Ein Glücksrad hat drei Sektoren, von denen einer blau, einer rot und einer gelb ist. Wird das Glücksrad einmal gedreht, wird der blaue Sektor mit der Wahrscheinlichkeit $\frac{1}{5}$ erzielt.

Das Glücksrad wird zweimal gedreht. Betrachtet wird das Ereignis A: „Es wird einmal der rote und einmal der gelbe Sektor erzielt.“ Die Größe des roten Sektors wurde so gewählt, dass die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis A maximal ist.

Ermitteln Sie die Größe des Mittelpunktswinkels des roten Sektors.

Erreichbare BE – Anzahl: _____/5

<p>Bezeichnet man die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei einmaligem Drehen des Glücksrads der rote Sektor erzielt wird, mit p, so gilt $P(A) = 2 \cdot p \cdot \left(\frac{4}{5} - p\right)$. ✓ ✓</p> <p>Stellt man den Term $2 \cdot p \cdot \left(\frac{4}{5} - p\right)$ grafisch dar, so ergibt sich eine nach unten geöffnete Parabel, die die p-Achse bei 0 und $\frac{4}{5}$ schneidet. Mit $p = \frac{2}{5}$ ergibt sich $\frac{2}{5} \cdot 360^\circ = 144^\circ$ ✓</p>	5
---	---

erreichte BE – Anzahl Teil A: _____/20 (Wertung als LK) Zensur: _____

Punkte	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0
BE	20-19	18	17	16	15	14	13	12	11	10	9	8	7	6	5-4	4-0