

Basiswissen Teil A - ohne Hilfsmittel

- 1a) In einer Urne befinden sich fünf gelbe und drei blaue Kugeln. Es werden nacheinander vier Kugeln ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E wird mit $P(E) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1$ berechnet.

Welche der folgenden Aussagen beschreibt das Ereignis E?

- Es werden zwei gelbe und zwei blaue Kugeln gezogen.
- Es werden zuerst alle drei blauen und dann eine gelbe Kugel gezogen.
- Es werden zuerst drei gelbe und dann eine blaue Kugel gezogen.
- Es werden vier blaue Kugeln gezogen.
- Es werden nur gelbe Kugeln gezogen.

- b) Bei einer Eignungsprüfung werden in einem Test vier Fragen gestellt. Zu jeder Frage werden drei Antworten vorgegeben, von denen jeweils genau eine richtig ist.

Eine Person wählt in diesem Test bei jeder Frage genau eine Antwort zufällig aus und kreuzt diese an.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person keine richtige Antwort ankreuzt, beträgt:

- $\frac{1}{81}$ $\frac{16}{81}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{3}$ $\frac{2}{3}$

- c) Ein idealer Würfel wird zweimal jeweils zufällig geworfen und die Summe der beiden geworfenen Augenzahlen gebildet.

Die Wahrscheinlichkeit für das Ereignis „Die Augensumme ist größer als 8.“ beträgt:

- $\frac{2}{9}$ $\frac{5}{18}$ $\frac{11}{36}$ $\frac{1}{3}$ $\frac{4}{9}$

- d) Eine Zufallsgröße ist binomialverteilt mit der Anzahl der Versuche $n = 400$ und der Erfolgswahrscheinlichkeit $p = 0,1$.

Die Standardabweichung dieser Zufallsgröße beträgt:

- 2 6 20 36 40

- 2 Für ein Gewinnspiel werden ein Tetraeder und eine Münze gleichzeitig geworfen.

Jede der vier Seitenflächen des Tetraeders ist mit einer der Zahlen 1, 2, 3 bzw. 4 beschriftet, wobei jede dieser vier Zahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit fällt. Jede der beiden Kreisflächen der Münze ist mit einer der Zahlen 1 bzw. 2 beschriftet, wobei jede dieser zwei Zahlen mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % fällt. Fällt beim Tetraeder eine größere Zahl als bei der Münze, erhält der Spieler 1 €. Sind beide Zahlen gleich, erhält der Spieler 2 €.

Fällt beim Tetraeder eine kleinere Zahl als bei der Münze, muss der Spieler einen Geldbetrag V abgeben. Die Zufallsgröße X gibt den Gewinn des Spielers in Euro an.

- a) Zeigen Sie, dass $P(X = 1) = \frac{5}{8}$ gilt.

02 BE

- b) Bestimmen Sie V so, dass das Gewinnspiel fair ist.

03 BE

3 Der Engländer GALTON (1822 – 1911) untersuchte den Zusammenhang der Augenfarbe an 1000 Vater-Sohn-Paaren.

Es bedeuten:

A: Der Vater ist helläugig

B: Der Sohn ist helläugig.

Untersuchen Sie A und B auf stochastische Unabhängigkeit, wenn nebenstehende Untersuchungsergebnisse gefunden wurden.

	B	\bar{B}
A	471	151
\bar{A}	148	230

4 Gegeben sind die im Folgenden beschriebenen Zufallsgrößen X und Y:

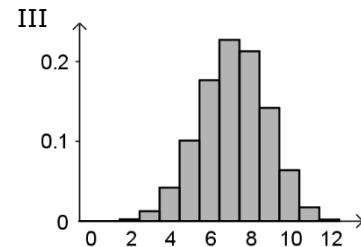
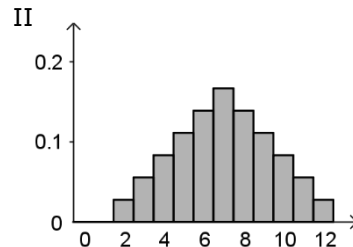
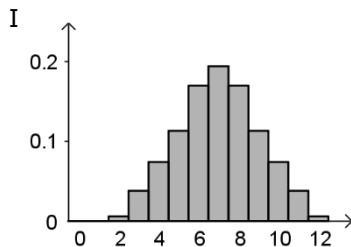
- ◆ Ein Würfel, dessen Seiten mit den Zahlen von 1 bis 6 durchnummeriert sind, wird zweimal geworfen. X gibt die dabei erzielte Augensumme an.
- ◆ Aus einem Behälter mit 60 schwarzen und 40 weißen Kugeln wird zwölfmal nacheinander jeweils eine Kugel zufällig entnommen und wieder zurückgelegt. Y gibt die Anzahl der entnommenen schwarzen Kugeln an.

a) Begründen Sie, dass die Wahrscheinlichkeit $P(X = 4)$ mit der Wahrscheinlichkeit $P(X = 10)$ übereinstimmt.

2 BE

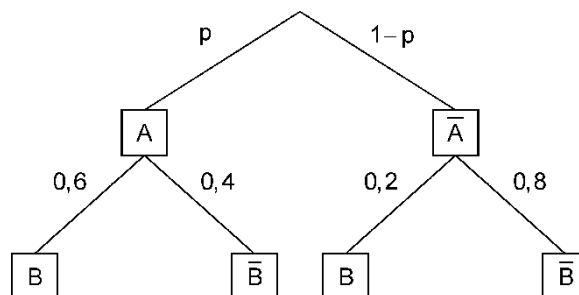
b) Die Wahrscheinlichkeitsverteilungen von X und Y werden jeweils durch eines der folgenden Diagramme I, II und III dargestellt.

Ordnen Sie X und Y jeweils dem passenden Diagramm zu und begründen Sie Ihre Zuordnung.



3 BE

5 Das abgebildete Baumdiagramm stellt ein zweistufiges Zufallsexperiment mit den Ereignissen A und B sowie deren Gegenereignissen \bar{A} und \bar{B} dar.



a) Bestimmen Sie den Wert von p so, dass das Ereignis B bei diesem Zufallsexperiment insgesamt mit der Wahrscheinlichkeit 0,3 eintritt.

2 BE

b) Ermitteln Sie den größtmöglichen Wert, den die Wahrscheinlichkeit von B annehmen kann.

3 BE

Teil B - mit Hilfsmittel

1 In einem Unternehmen wird auf drei laufenden Maschinen ein und dasselbe Erzeugnis hergestellt. Die Maschinen 1 und 2 produzieren je 20 % der Gesamtproduktion, die Maschine 3 produziert 60 % der Gesamtproduktion. Es ist bekannt, dass die Maschine 1 [3 %], die Maschine 2 [5 %] und die Maschine 3 [4 %] Ausschuss herstellt. Die Erzeugnisse werden in einem Lager gesammelt.

a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein im Lager zufällig ausgewähltes Stück ein Ausschussprodukt?

b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde das Stück auf Maschine 1, auf Maschine 2 oder auf Maschine 3 produziert?

Es werden 113 Stücke entnommen.

c) Wie viele Ausschussstücke sind unter ihnen zu erwarten?

2 In einer Großstadt steht die Wahl des Oberbürgermeisters bevor. Vor Beginn des Wahlkampfes wird eine repräsentative Umfrage unter den Wahlberechtigten durchgeführt. Der Umfrage zufolge haben sich 44 % der befragten Wahlberechtigten bereits für einen Kandidaten entschieden; jeder Siebte derjenigen Befragten, die sich noch nicht für einen Kandidaten entschieden haben, ist Jungwähler, d. h. eine wahlberechtigte Person im Alter bis 24 Jahre. Der Anteil dieser Jungwähler unter den Wahlberechtigten beträgt 12 %.

a) Erstellen Sie zu dem beschriebenen Sachzusammenhang ein beschriftetes Baumdiagramm oder eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

b) Zeigen Sie, dass der Anteil derjenigen, die sich noch nicht für einen Kandidaten entschieden haben, unter den befragten Jungwählern größer ist als unter denjenigen befragten Wahlberechtigten, die älter als 24 Jahre sind.

Begründen Sie, dass es trotz dieser Tatsache nicht sinnvoll ist, sich im Wahlkampf vorwiegend auf die Jungwähler zu konzentrieren.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

3 Von allen Jugendlichen eines Landes im Alter von 14 bis 25 Jahren sind 49,20 % weiblich. 47,10 % der Jugendlichen erledigen ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet. Der Anteil der Jugendlichen, die weiblich sind und ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, beträgt 19,68 %.

a) Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den Jugendlichen zufällig ausgewählte Person entweder männlich ist oder ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, 40 % beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4 Ein Hersteller bringt ein neues Smartphone auf den Markt.
Ein Händler erhält eine Lieferung dieser Smartphones.

4.1 Die gelieferten Geräte haben sechs verschiedene Farben. Für die Auslage einiger Geräte im Schaufenster sollen vier Farben ausgewählt werden.
Bestimmen Sie die Anzahl der Möglichkeiten für diese Auswahl.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4.2 Die Lieferung umfasst 50 Geräte; davon sind drei fehlerhaft. Aus der Lieferung werden zehn Geräte zufällig ausgewählt.

Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:

A: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist keines fehlerhaft.“

B: „Von den zehn ausgewählten Geräten ist mindestens eines fehlerhaft.“

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Die Geräte werden in vier Werken in jeweils großer Stückzahl hergestellt. Der Tabelle können für jedes Werk folgende Daten entnommen werden:

- der Anteil der in diesem Werk hergestellten Geräte an der Gesamtzahl aller hergestellten Geräte;
- der Anteil der fehlerhaften Geräte unter den in diesem Werk hergestellten Geräten.

Werk	A	B	C	D
Anteil an der Gesamtzahl	10 %	30 %	20 %	40 %
Anteil der fehlerhaften Geräte	5 %	3 %	4 %	2 %

4.3 Weisen Sie nach, dass der Anteil der fehlerhaften Geräte unter allen hergestellten Geräten 3 % beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4.4 Ein unter allen hergestellten Geräten zufällig ausgewähltes Gerät ist fehlerhaft.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass es im Werk A hergestellt wurde.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4.5 Von im Werk A hergestellten Geräten werden 250 zufällig ausgewählt.
Ermitteln Sie die Anzahl fehlerhafter Geräte, die darunter mit der größten Wahrscheinlichkeit auftritt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

4.6 Geben Sie einen Wert von s an, für den mit dem Term $200 \cdot 0,98^s \cdot 0,02 + 0,98^{200}$ im Sachzusammenhang die Wahrscheinlichkeit eines Ereignisses berechnet werden kann.
Beschreiben Sie das zugehörige Ereignis.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

4.7 Ermitteln Sie, wie viele im Werk C hergestellte Geräte mindestens zufällig ausgewählt werden müssen, damit sich darunter mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 90 % mindestens 500 Geräte befinden, die nicht fehlerhaft sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 04