Bedingte Wahrscheinlichkeit 6

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

- ☐ $g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$
- ☐ $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$
- ☐ $g_1 \nparallel g_2$

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

🎯 $g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$ ☐ $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$ ☐ $g_1 \nparallel g_2$

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

$g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$ □ $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$ □ $g_1 \nparallel g_2$

2 Wahr oder falsch? Für alle $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ gilt:

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ □(w) □(f) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$ □(w) □(f) $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$ □(w) □(f)

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

$g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$ ☐ $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$ ☐ $g_1 \nparallel g_2$

2 Wahr oder falsch? Für alle $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ gilt:

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (w) ☐ (f) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$ ☐ (w) (f) $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$ (w) ☐ (f)

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

$g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$ ☐ $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$ ☐ $g_1 \nparallel g_2$

2 Wahr oder falsch? Für alle $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ gilt:

$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ (w) ☐ (f) $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$ ☐ (w) (f) $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$ (w) ☐ (f)

3 Wie groß ist der Abstand des Punktes $P(-3|4|-2)$ vom Koordinatenursprung?

☐ $1\,LE$ ☐ $3\,LE$ ☐ $\sqrt{29}\,LE$ ☐ $\sqrt{3}\,LE$

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

1 Im $\mathbb{R}^2$ sind die Geraden $g_1 : x + y = 1$ und $g_2 : 2 \cdot x + 2 \cdot y = 1$ gegeben. Welche der folgenden Aussage ist wahr?

- [x] $g_1 \parallel g_2$, aber $g_1 \neq g_2$
- [ ] $g_1 \parallel g_2$ und $g_1 = g_2$
- [ ] $g_1 \nparallel g_2$

2 Wahr oder falsch? Für alle $\vec{a}, \vec{b} \in \mathbb{R}^3$ gilt:

- $\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$ [x] (w) [ ] (f)
- $\vec{a} - \vec{b} = \vec{b} - \vec{a}$ [ ] (w) [x] (f)
- $\vec{a} \circ \vec{b} = \vec{b} \circ \vec{a}$ [x] (w) [ ] (f)

3 Wie groß ist der Abstand des Punktes $P(-3|4|-2)$ vom Koordinatenursprung?

- [ ] $1\,LE$
- [ ] $3\,LE$
- [x] $\sqrt{29}\,LE$
- [ ] $\sqrt{3}\,LE$

© J.Köcher

KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

4 Überprüfen Sie auf Orthogonalität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

© J.Köcher

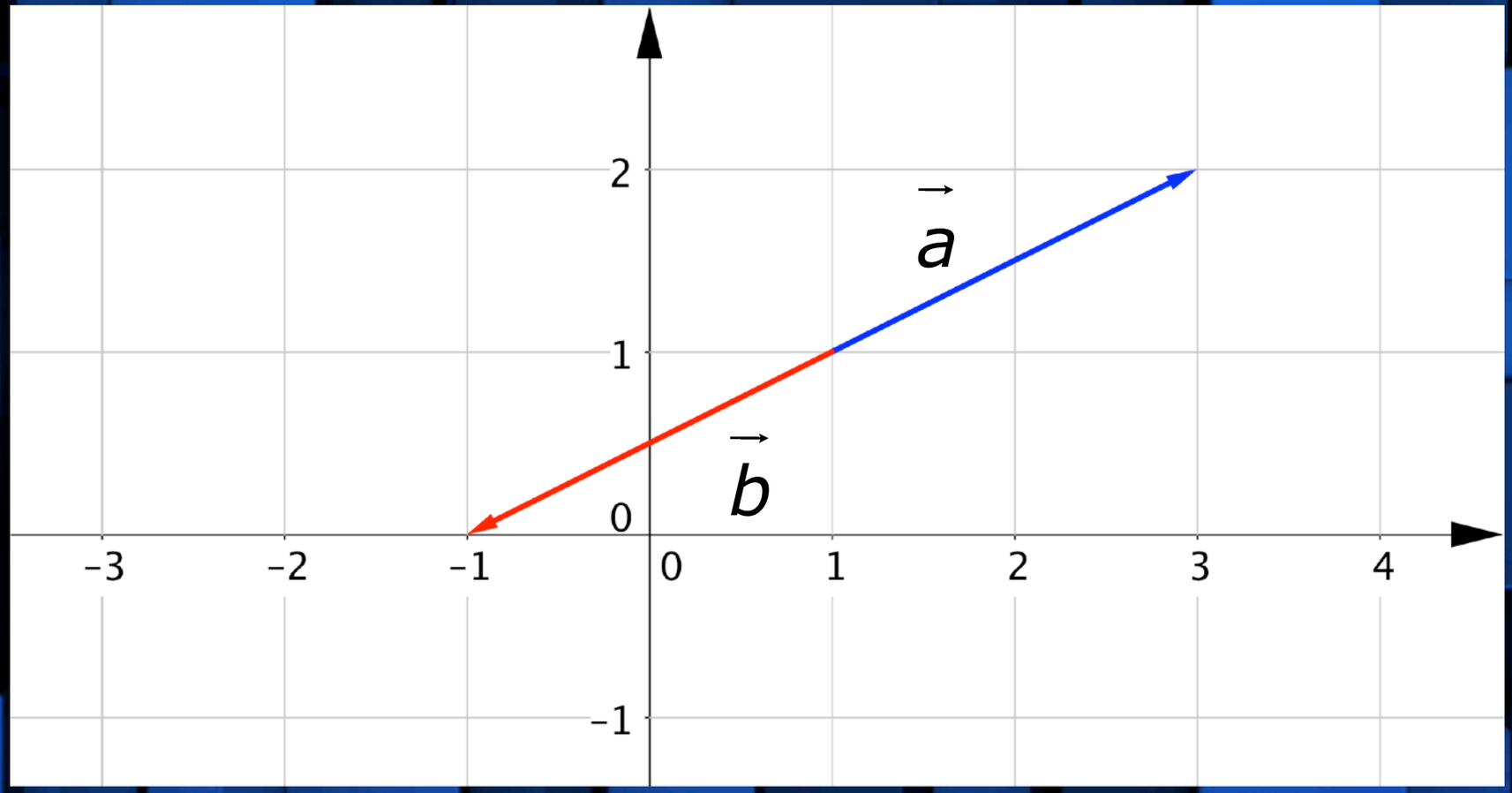
KURZAUFGABEN ZUR ANALYTISCHEN GEOMETRIE

01.09.23

4 Überprüfen Sie auf Orthogonalität.

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} 1 \\ 3 \\ 4 \end{pmatrix} \qquad \vec{b} = \begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 1 \end{pmatrix}$$

5 Berechnen Sie das Skalarprodukt der beiden dargestellten Vektoren.



© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTÜRZTER BAUM

01.09.23

Aufgabe

In Deutschland sind schätzungsweise 0,1 % der Gesa
mit dem TBC-(Lungentuberkulose) Virus infizi
zur Feststellung der Erkrankung an TB
Schnelltest in 95 % aller Fälle
eine positive (d.h. richti
In 4 % der Test
ge auf TBC,
obwohl di
Ei
gewählt.
nkeit für das Ereignis B: „Es erfolgte

Jetzt kehren wir die Frage um („gestürzter" Baum)!!!
Eine getestete Person wird zufällig ausgewählt und hat positiv reagiert.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Person tatsächlich TBC hat.

© J.Köcher

(Ü) Satz von Bayes - gestürzter Baum

01.09.23

Eine Firma stellt ein gleiches Produkt an drei unterschiedlichen Standorten her.
Die in den Verkauf kommenden Produkte stammen zu 50% von Standort I, zu 30 % von Standort II und zu 20% von Standort III.
Kontrollen zeigen, dass 95% der Produkte von Standort I fehlerfrei sind. Am Standort II sind das 80% und an Standort III 90%.
Ein Produkt wird zufällig herausgegriffen und untersucht.
Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist das Produkt fehlerfrei?

© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTüRZTER BAUM

01.09.23

Eine Firma stellt ein gleiches Produkt an drei untersch…
Standorten her.
Die in den Verkauf kommenden Produkt…
Standort I, zu 30 % von Stand…
Kontrollen zeigen, dass 9… …erfrei
sind. Am Standor… …90%.
Ein Produ… …untersucht.
Mi… …rodukt fehlerfrei?

Jetzt die Frage nach Satz von BAYES („gestürzter" Baum)!!!
Ein zufällig entnommenes Produkt erfüllt die Norm.
Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit, dass diese Produkt aus Standort I stammt.

© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTüRZTER BAUM

01.09.23

Die verschwundene Kuchenstrichliste oder die letzte Reihe läuft AMOK...

Das wichtigste Dokument eines LK Mathematik ist seine Kuchenstrichliste. Chefsekretärin Alesia ist eine gewissenhafte Verwalterin, gönnt sich aber in der Pause gern ein Schwätzchen oder muss neueste Neuigkeiten der Community mitteilen. In dieser Zeit wird die ominöse Liste vom Schreibtisch der Sekretärin entwendet. Nach einigen Befragungen bleiben zwölf Verdächtige übrig, denen sehr am Verschwinden der Liste gelegen ist. Unter denen befindet sich auch der Dieb.

Wer aber war es?

Die Untersuchungskommission **„Ich habe Hunger"**, bestehend aus mehreren männlichen Kursteilnehmern, will zur endgültigen Aufklärung einen Lügendetektor einsetzen. Den Schuldigen erkennt das Gerät mit einer Verlässlichkeit von 92%, einen Unschuldigen sogar mit einer Verlässlichkeit von 98%. Erfahrene Kolleginnen aus dem Bioland raten den Detektiven auf Grund ihrer Sachkenntnis vom Einsatz des Lügendetektors ab. Die Kommission ist verunsichert...

© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTürZTER BAUM

01.09.23

Ein Drogentest hat eine Spezifität von 99% und eine Sensitivität von 98,5%. Das bedeutet, dass die Ergebnisse des Test zu 99% für Drogenabhängige korrekt (d.h. positiv) sein wird und zu 98,5 % für Nicht-Drogenabhängige (d.h. negativ).
Wenn wir wissen, dass 0,5% der getesteten Menschen die Droge genommen haben, wie hoch ist die Wahrscheinlichkeit, dass eine zufällig ausgewählte Person, die positiv getestet wurde, auch tatsächlich die Droge konsumiert hat?

Erklärung

Dieses überraschende Ergebnis kommt zustande, da die Anzahl der Nicht-Drogenabhängigen im Verhältnis zu den Drogenabhängigen sehr groß ist. Die Wahrscheinlichkeit für ein falsch positives Ergebnis (Person ist nicht drogenabhängig, aber Test ist positiv) übersteigt mit 1,4925% die Wahrscheinlichkeit für ein korrektes Ergebnis (Person ist drogenabhängig, und Test ist positiv) (0,495%). Um das Ganze mit Zahlen zu veranschaulichen: Wenn 1000 Personen getestet werden, würden wir statistisch 5 Drogenabhängige und 995 Nicht-Drogenabhängige erwarten. Von den 995 erwarten wir, das ca. 15 ($995 \cdot 1{,}5\% = 14{,}925 \approx 15$) positiv gestestet werden (falsch positives Testergebnis). Von den 5 Drogenabhängigen erwarten wir, dass alle ($5 \cdot 99\% = 4{,}95 \approx 5$) positiv getestet werden. Aus den insgesamt 20 positiv Getesteten sind allerdings nur 5 tatsächlich drogenabhängig, daher knapp 25%.

© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTüRZTER BAUM

01.09.23

Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2012/13**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Leistungskursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

1.5 Die Endstücke werden von der Firma mit zwei Maschinen produziert. Maschine A produziert 60 % und Maschine B produziert 40 % der Gesamtproduktion.

Erfahrungsgemäß sind 96 % der von Maschine A produzierten Endstücke und 94 % der von Maschine B produzierten Endstücke normgerecht.

Der Gesamtproduktion der Firma wird ein Endstück zufällig entnommen. Es ist nicht normgerecht.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Endstück von der Maschine A produziert wurde.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTüRZTER BAUM

01.09.23

Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2012/13**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Leistungskursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Im Burgwächterhaus hat der Heimatverein des Ortes seine Räumlichkeiten. Mit einer Werbeaktion versucht der Verein, seine Aktivitäten noch stärker in der Öffentlichkeit bekannt zu machen. Dazu entwickelte er einen Flyer.

2.5 Die ausführende Druckerei hatte während der Herstellung der Flyer ein Maschinenproblem, so dass Bilder auf dem Flyer mit Farbfehlern oder unvollständig wiedergegeben sind. Beide Fehlerarten traten unabhängig voneinander auf.

Die Druckerei bemerkte die Fehldrucke erst, nachdem alle Flyer bereits gedruckt waren. Nach einer Recherche wird geschätzt, dass 90 % der gedruckten Flyer fehlerfrei gedruckt wurden und auf 3 % der gedruckten Flyer Bilder mit Farbfehlern auftreten.

Berechnen Sie entsprechend dieser Schätzung die Wahrscheinlichkeit dafür, dass ein zufällig ausgewählter Flyer des Druckauftrages genau eine der beiden Fehlerarten aufweist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTÜRZTER BAUM

01.09.23

Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2013/14**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Leistungskursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

1.6 Geologiestudenten untersuchen während ihres Studiums Erze, welche die Minerale Chalkosin oder Bornit enthalten können. Erfahrungsgemäß wird mit einer Wahrscheinlichkeit von 90 % Chalkosin richtig erkannt. Mit einer Wahrscheinlichkeit von 26 % wird genau eines dieser beiden Minerale richtig erkannt. Die richtige Bestimmung von Chalkosin und Bornit erfolgt dabei unabhängig voneinander.

Berechnen Sie, mit welcher Wahrscheinlichkeit beide Minerale richtig erkannt werden.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

© J.Köcher

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTÜRZTER BAUM

01.09.23

Sächsisches Staatsministerium
für Kultus

Schuljahr **2016/17**

Geltungsbereich:
- allgemeinbildendes Gymnasium
- Abendgymnasium und Kolleg
- schulfremde Prüfungsteilnehmer

Schriftliche Abiturprüfung
Leistungskursfach Mathematik

- E R S T T E R M I N -

Material für den Prüfungsteilnehmer

Teil B

Zur Verkleidung der Dachfläche werden Lichtpaneele geliefert.

1.7 Aus Erfahrung sind folgende zwei Aussagen bekannt:
(1) 85 % der gelieferten Lichtpaneele können sofort eingebaut werden.
(2) 70 % der gelieferten Lichtpaneele, die nicht sofort eingebaut werden können, können nach einer Überarbeitung eingebaut werden.

Ermitteln Sie den Anteil der gelieferten Lichtpaneele, die eingebaut werden können.

Ein eingebautes Lichtpaneel wird zufällig ausgewählt.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieses Lichtpaneel überarbeitet wurde.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

(Ü) Satz von Bayes - gestürzter Baum

01.09.23

Zur Info - Bayessches Filter

E-Mails werden mit Hilfe des bayesschen Filters folgendermaßen untersucht: Von charakteristischen Wörtern in einer E-Mail (Ereignis) wird auf die Eigenschaft geschlossen, gänzlich unerwünscht zu sein (Spam). Dieses statistische Filtern, zuerst 1998 von Sahami et al.[1] vorgeschlagen und ab 2002 durch einen einflussreichen Artikel von Paul Graham[2] popularisiert, soll vorhersagen, ob es sich bei einer Nachricht um Spam handelt.

Das System wird von vielen Programmen zur Spamerkennung genutzt und ist beispielsweise in den E-Mail-Programmen Pegasus Mail, Opera Mail und Mozilla Thunderbird implementiert.

Statistische Gegenmaßnahmen basieren auf Wahrscheinlichkeitsmethoden, abgeleitet aus dem Satz von Bayes. Bayessche Filter sind oft „lernend" (auch „selbstlernend") organisiert und setzen auf Worthäufigkeiten in bereits vom Benutzer erhaltenen und klassifizierten E-Mails. Ein bayessches Filter wird durch seinen Benutzer trainiert, indem dieser seine E-Mails in erwünschte und unerwünschte Nachrichten einteilt.

(Ü) SATZ VON BAYES - GESTÜRZTER BAUM

01.09.23

Das bayessche Filter stellt nun eine Liste mit Wörtern zusammen, die in unerwünschten E-Mails vorkommen. Hat der Benutzer beispielsweise E-Mails mit den Begriffen „Sex" und „Viagra" als Spam gekennzeichnet, haben alle E-Mails mit diesen Begriffen eine hohe Spamwahrscheinlichkeit. Begriffe aus erwünschten E-Mails wie „Verabredung" oder „Bericht" führen dann im Gegenzug zu einer Herabstufung der negativen Bewertung. Allerdings reichen einzelne Schlüsselwörter nicht aus, relevant ist die Summe der Bewertungen der einzelnen Wörter. Der Filter erreicht bereits nach kurzem Training mit wenigen E-Mails hohe Trefferquoten – auch wenn für den produktiven Einsatz ein Training mit mehreren hundert E-Mails beider Kategorien empfohlen wird.
Ein Risiko für den Benutzer sind falsch-positive – also solche E-Mails, die fälschlicherweise als Spam erkannt werden. Dieses Risiko lässt sich durch das Markieren von erwünschten E-Mails verringern, ist aber insbesondere für Unternehmen problematisch.

© J.Köcher