Lagebeziehung von Ebenen

25.05.23

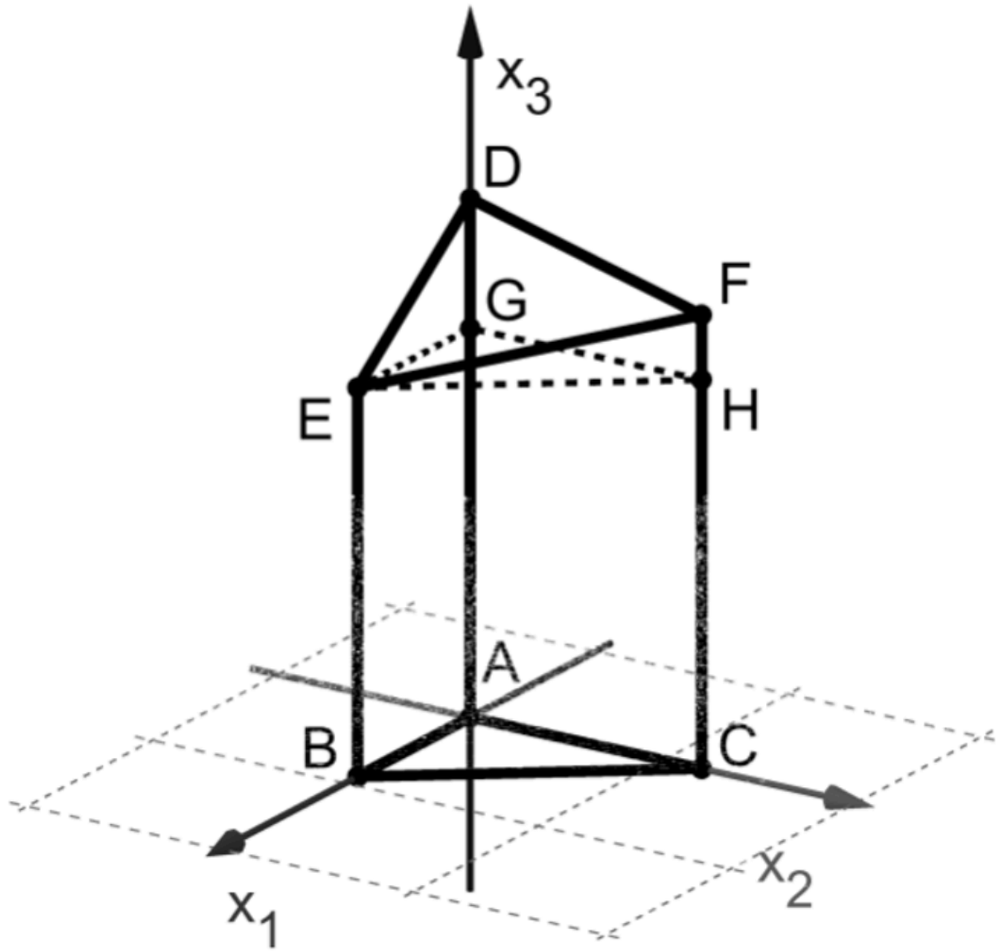
lk Mathematik 11

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.1 Begründen Sie, dass das Viereck *DGHF* ein Trapez ist, und bestimmen Sie das Volumen des Teilkörpers *DGHFE*.

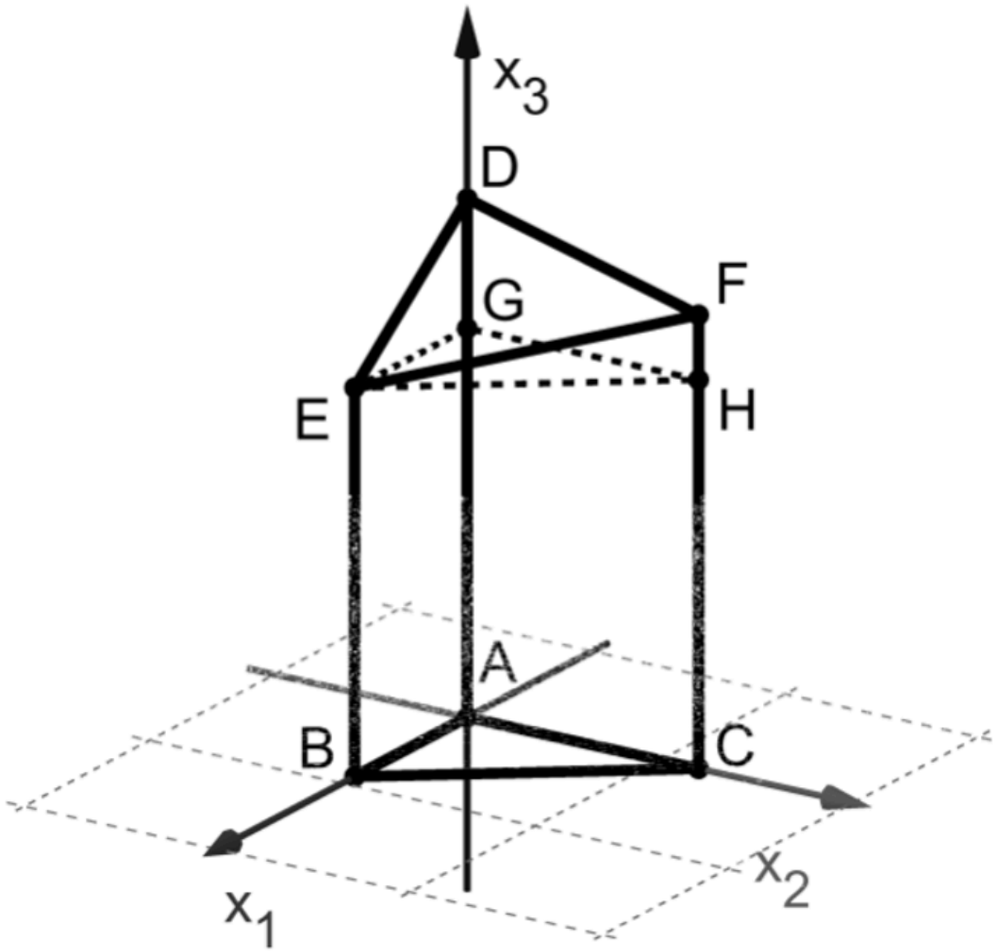
Erreichbare BE-Anzahl: 04

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.1 Die Seiten $\overline{DG}$ und $\overline{FH}$ des Vierecks stehen senkrecht zur $x_1 - x_2$ – Ebene und sind damit parallel zueinander.

$$\frac{1}{3}\cdot\frac{1}{2}\cdot(3+1{,}5)\cdot 6\cdot 4{,}5 = 20{,}25$$

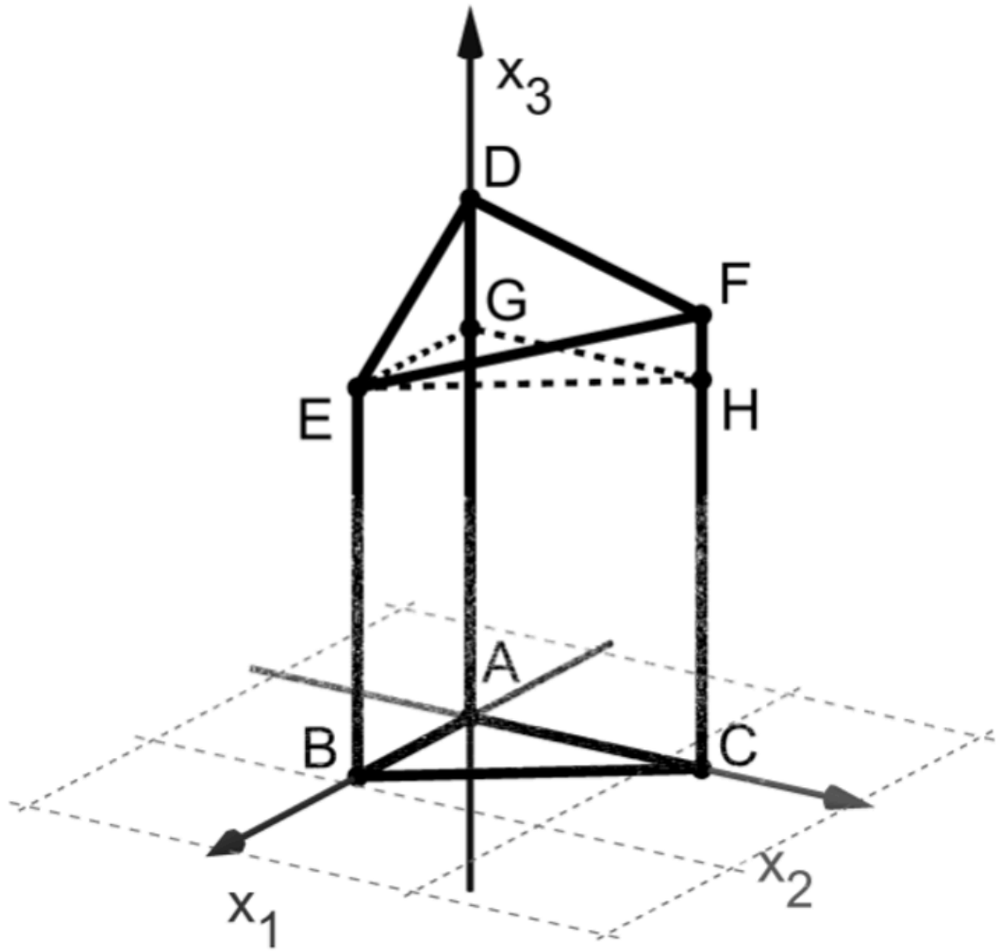
04 BE

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



Der Punkt $M(m_1\,|\,m_2\,|\,0)$ hat von allen Seiten des Dreiecks *ABC* den gleichen Abstand.

1.2 Begründen Sie, dass $m_1 = m_2$ gilt.

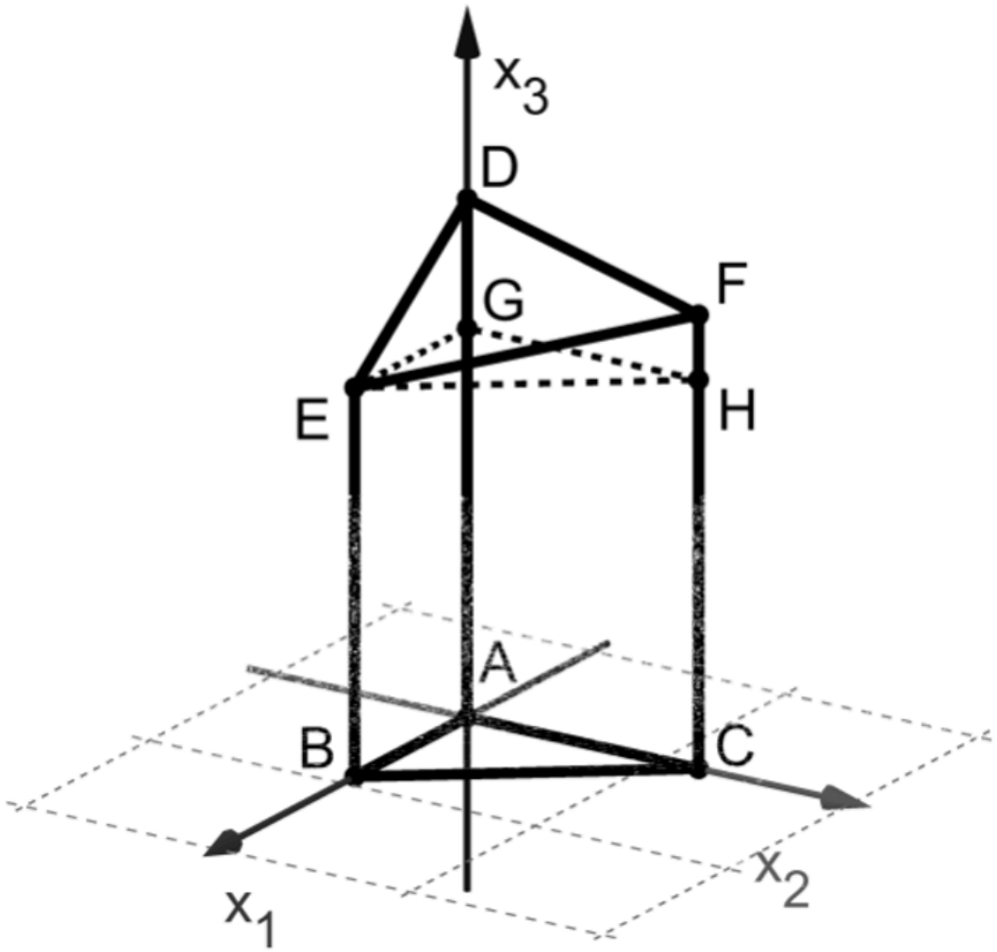
Erreichbare BE-Anzahl: 02

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.2 Aufgrund der besonderen Lage des Dreiecks im Koordinatensystem, sind m_1 und m_2 die Abstände des Punkts *M* von $\overline{AB}$ bzw. $\overline{AC}$. Diese Abstände stimmen überein.

02 BE

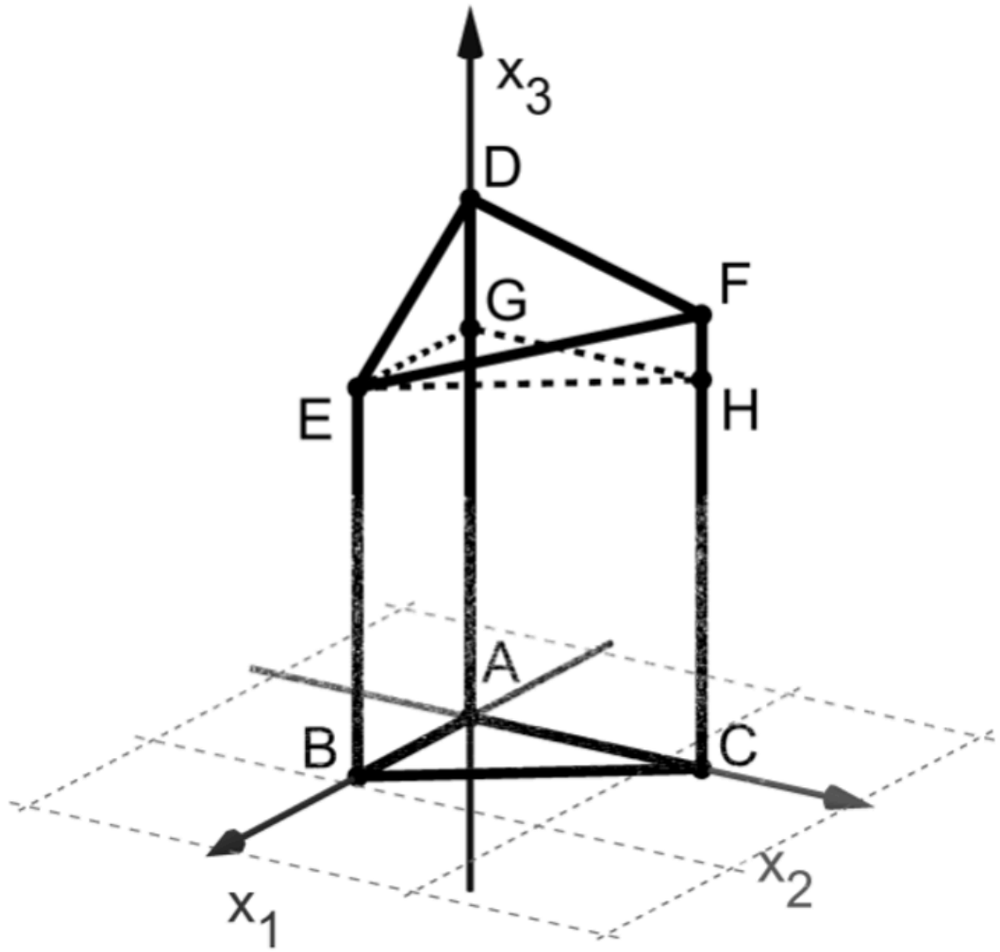
Erreichbare BE-Anzahl: 02

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.3 Die Gleichungen I und II liefern gemeinsam die Lösung einer Aufgabe:

$$\text{I} \quad \left| \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_1 \\ m_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right| = m_1 \qquad \text{II} \quad \left(\begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} m_1 \\ m_1 \\ 0 \end{pmatrix} \right) \circ \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} = 0$$

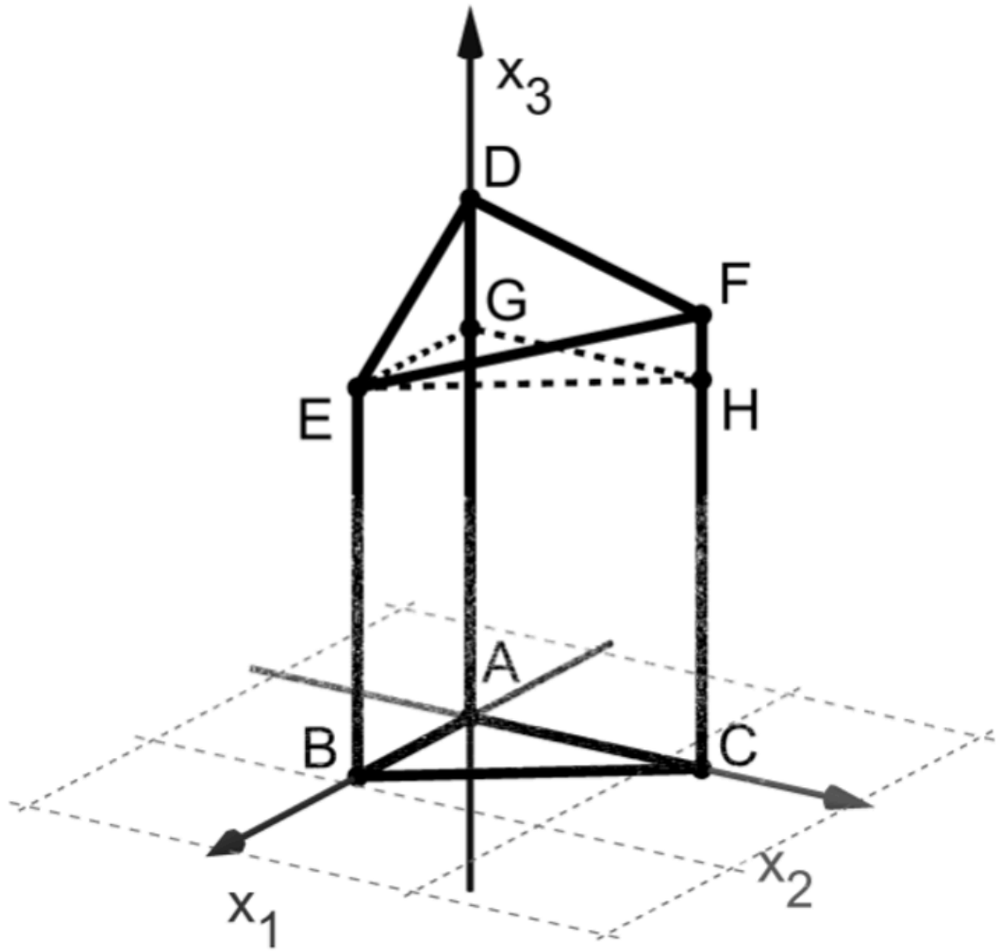
Formulieren Sie eine passende Aufgabenstellung und erläutern Sie die beiden Gleichungen.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.3 Aufgabenstellung: „Bestimmen Sie den Wert von m_1."

Jeder Punkt der Gerade *BC* lässt sich in der Form $\begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $r \in \mathbb{R}$

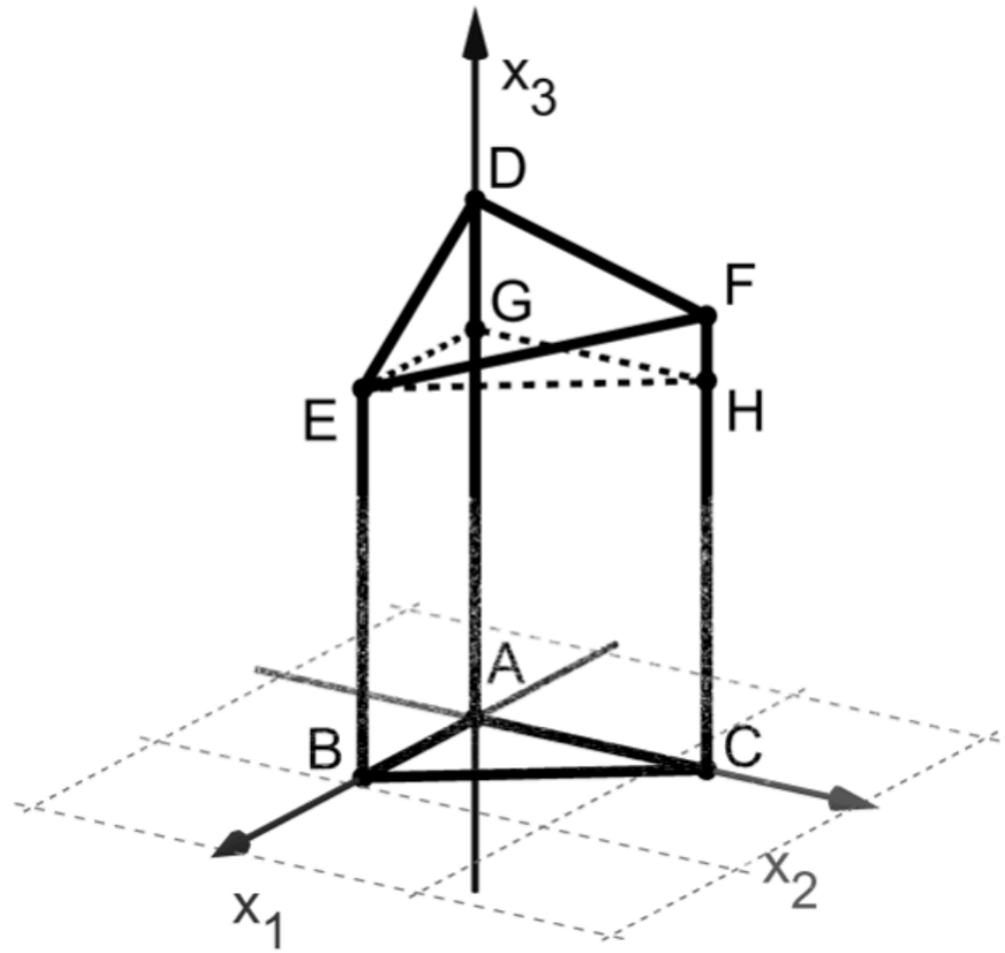
darstellen. Einer dieser Punkte hat von *M* den Abstand m_1. Außerdem steht der Verbindungsvektor von *M* und diesem Punkt senkrecht zum Richtungsvektor der Gerade *BC*. **05 BE**

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



Betrachtet wird die Ebene $W: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4{,}5 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -4{,}5 \\ 6 \\ 0 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -6 \\ 12 \end{pmatrix}$ mit $r, s \in \mathbb{R}$.

1.4 Bestimmen Sie die Koordinaten der beiden Schnittpunkte von *W* mit den Kanten $\overline{AD}$ und $\overline{CF}$.
Zeichnen Sie in die Abbildung die Figur ein, in der *W* den Körper *ABCDEF* schneidet.

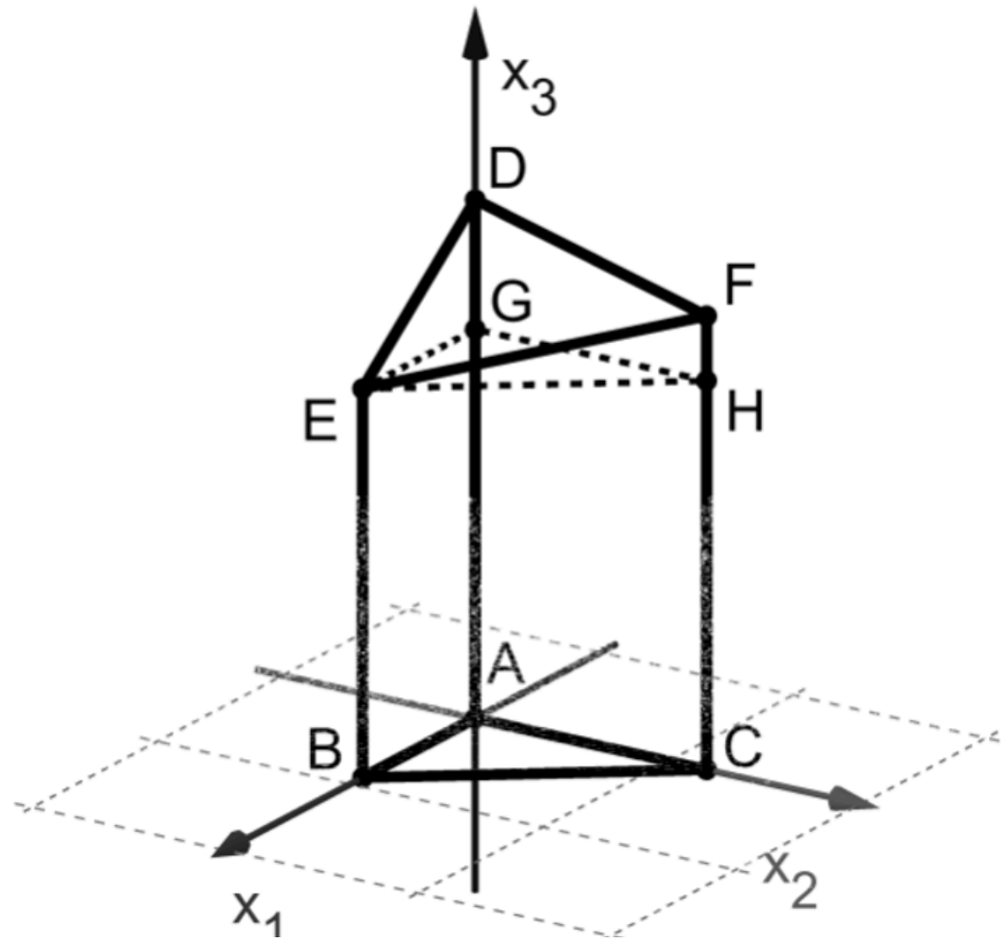
Erreichbare BE-Anzahl: 04

Ph

Komplexaufgaben Geometrie

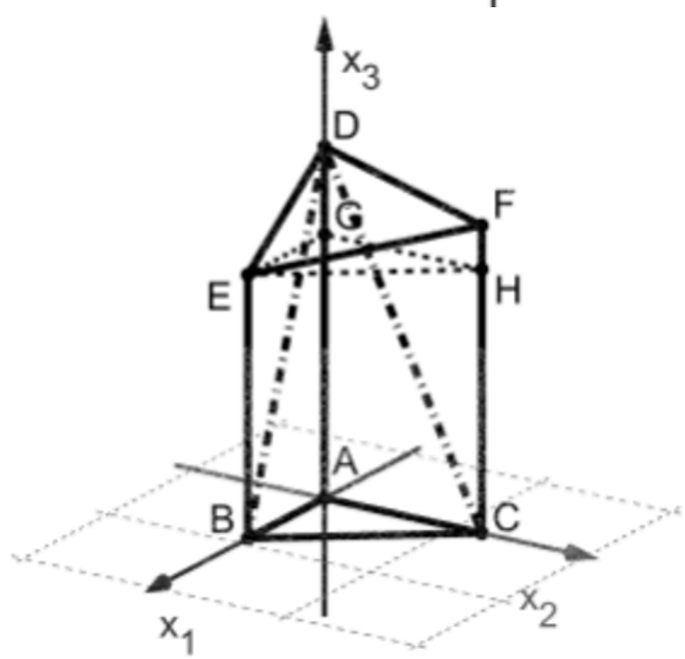
25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.4 $x_1 = 0$ und $x_2 = 0$ liefern $(0\,|\,0\,|\,12)$,

$x_1 = 0$ und $x_2 = 6$ $(0\,|\,6\,|\,0)$.



04 BE

$\overline{AD}$

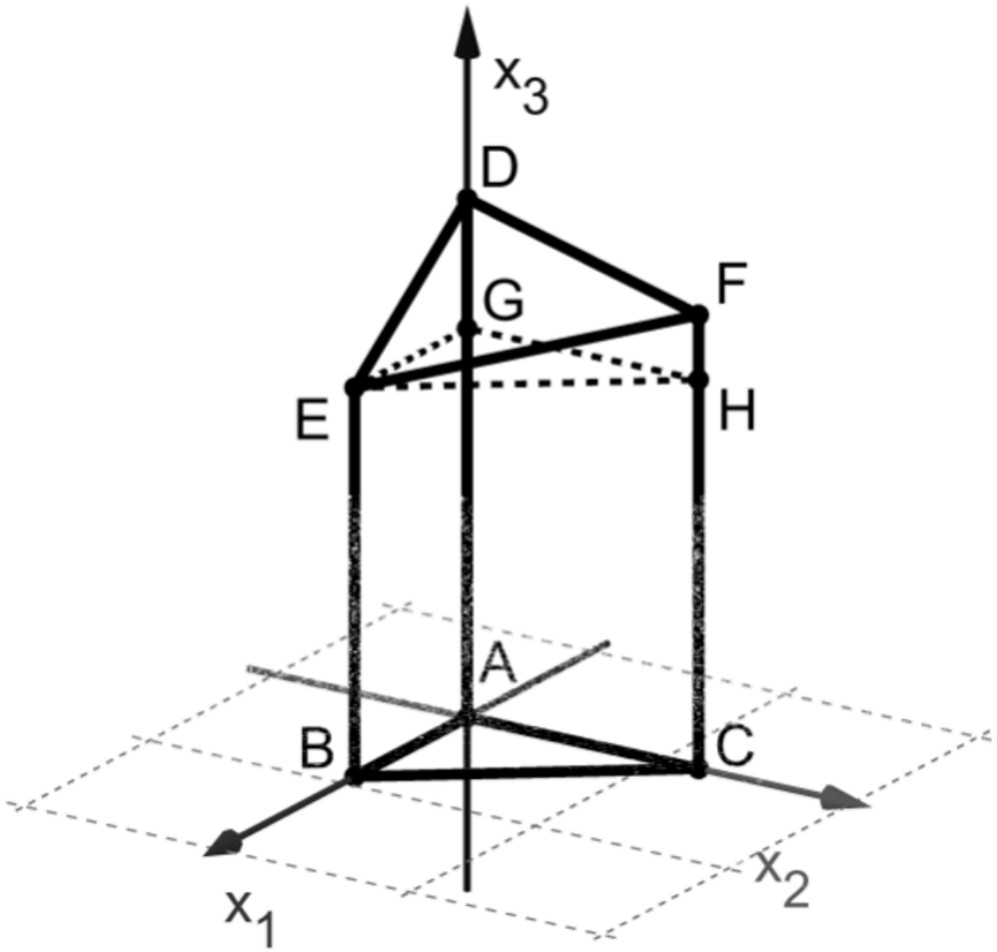
idet.

hl: 04

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.5 Die Ebene *W* schneidet die Strecke $\overline{GH}$.
Bestimmen Sie rechnerisch das Verhältnis, in dem der Schnittpunkt diese Strecke teilt.

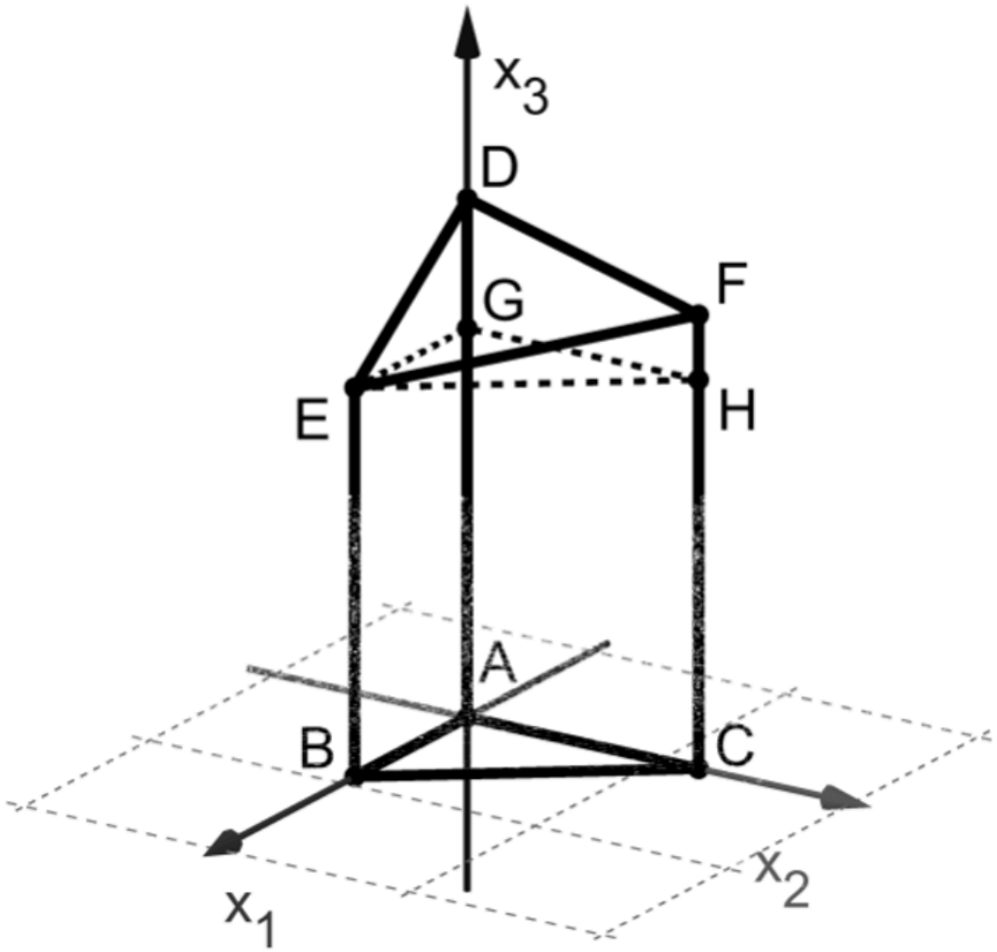
Erreichbare BE-Anzahl: 04

© J.Köcher

Komplexaufgaben Geometrie

25.05.23

Die Abbildung zeigt den Körper *ABCDEF* mit $B(4{,}5\,|\,0\,|\,0)$, $D(0\,|\,0\,|\,12)$, $E(4{,}5\,|\,0\,|\,9)$ und $F(0\,|\,6\,|\,10{,}5)$. Die Grundfläche liegt in der $x_1 - x_2$ – Ebene, die Seitenflächen stehen dazu senkrecht. Die Punkte *G* und *H* liegen auf den Kanten $\overline{AD}$ bzw. $\overline{CF}$ und haben die gleiche x_3 – Koordinate wie *E*.



1.5 Der betrachtete Schnittpunkt liegt auf der Gerade durch *C* und *D*. $\overline{AC}$ ist parallel zu $\overline{GH}$. Bezeichnet man den Schnittpunkt mit *S*, so gilt folglich $\frac{|\overline{GS}|}{|\overline{SH}|} = \frac{|\overline{GD}|}{|\overline{GA}|} = \frac{1}{3}$. **04 BE**

© J.Köcher