Mein Ma-ABI $2^{10}+10^3$	THEMA: Aufgaben B-Teil Schwerpunkt B2	Aufgabe 2 HM: GTR/TW	auch erhältlich auf www.maphyside.de

Der Eingang des berühmten Pariser Kunst-Museums "Louvre" wird durch eine Glaspyramide mit quadratischer Grundfläche gebildet. Die Breite beträgt ungefähr 35 m und die Höhe 22 m. Diese Pyramide wird in einem dreidimensionalen rechtwinkligen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 m) betrachtet.
Die Bodenfläche liege in der x–y-Ebene. Das Koordinatensystem sei weiterhin so gewählt, dass die vier Eckpunkte der Grundfläche die folgenden Koordinaten haben: $A(0|0|0)$, $B(35|0|0)$, $C(35|35|0)$ und $D(0|35|0)$.

1.1 Die Spitze der Glaspyramide sei S.
Begründen Sie, dass S die Koordinaten $S(17{,}5|17{,}5|22)$ besitzt.
Bestimmen Sie eine Parameter- und eine Koordinatenform der Ebene E, in der die Pyramidenseitenfläche ABS liegt.
Bestimmen Sie den Winkel, den die Seitenflächen der Pyramide jeweils mit der Grundfläche bilden.
Erreichbare BE-Anzahl: 06

1.2 Die Glasflächen der Pyramide müssen regelmäßig innen und außen gereinigt werden.
Berechnen Sie den Flächeninhalt der gesamten zu reinigenden Glasfläche.
Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.3 Auf die Pyramide treffendes Sonnenlicht kann im Modell durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\vec{r}=\begin{pmatrix}15\\10\\-10\end{pmatrix}$ dargestellt werden.
Berechnen Sie die Koordinaten des Schattenpunktes P der Pyramidenspitze auf dem Boden.
Erreichbare BE-Anzahl: 0 3

1.4 Nachts sollen zur Verstärkung der Lichteffekte die Seitenflächen der Pyramide von außen mit Scheinwerfern beleuchtet werden. Einer der Scheinwerfer soll mit Hilfe eines Lichtmastes lotrecht über dem Bodenpunkt $F(17{,}5 \mid -7 \mid 0)$ angebracht werden. Die als punktförmig angenommene Lichtquelle soll die Seitenfläche ABS so beleuchten, dass das Licht im Schwerpunkt dieser Seitenfläche senkrecht auftrifft.
Zeigen Sie zunächst, dass der Schwerpunkt M_1 die Koordinaten $\left(\frac{35}{2} \mid \frac{35}{6} \mid \frac{22}{3}\right)$ hat.
Bestimmen Sie dann die notwendige Höhe der Lichtquelle über dem Boden.
Erreichbare BE-Anzahl: 05

Auf einem Abenteuerspielplatz ist die Attraktion ein $3\,\text{m}$ hoher, gerader Kletterstamm. In einem kartesischen Koordinatensystem (1 Einheit $\hat{=}$ 1 Meter) befindet sich der Fuß des Stammes im Koordinatenursprung. Der Kletterstamm wird durch den positiven Teil der z–Achse, der Spielplatz durch die x–y–Ebene dargestellt.
Im Laufe eines Tages „wandert" der Schatten des Kletterstammes über den Spielplatz.

Um $11.00\,\text{Uhr}$ fällt das Sonnenlicht entlang der Richtung $\vec{r} = \begin{pmatrix} -4 \\ 7 \\ -6 \end{pmatrix}$ auf den Spielplatz.

2.1 Berechnen Sie die Länge des Schattens des Kletterstammes zu diesem Zeitpunkt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Die Spitze des Schattens des Kletterstammes beschreibt in einem begrenzten Zeitraum des Tages auf dem Spielplatz näherungsweise eine quadratische Parabel. Um $12.00\,\text{Uhr}$ befand sich die Schattenspitze im Punkt $A(0|3|0)$, um $13.30\,\text{Uhr}$ im Punkt $B(3|4|0)$ und $14.00\,\text{Uhr}$ im Punkt $C(4|4{,}5|0)$.

2.2 Berechnen Sie die vom Schatten des Stammes in der Zeit von 12.00 bis 14.00 Uhr überstrichene Fläche.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.3 Ein geradliniger Balancierbalken verläuft zwischen den Punkten $D(2{,}5|1|1)$ und $E(0|4|1)$.
Untersuchen Sie, ob um 14.00 Uhr der Schatten des Kletterstammes den Balancierbalken trifft.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(3|-5|-15)$, $B(2|4|-1)$ und $C(8|10|-7|)$ sowie die Gerade g durch $\vec{x} = \begin{pmatrix} -2 \\ -20 \\ -23 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ $(t \in \mathbb{R})$ gegeben.

3.1 Zeigen Sie, dass die durch die Punkte B und C bestimmte Gerade h windschief zur Geraden g verläuft.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

3.2 Die Höhe h_a auf der Seite $\overline{BC}$ des Dreiecks ABC zerlegt das Dreieck in zwei Teildreiecke.
Das flächenmäßig größere der beiden Teildreiecke rotiere um die Höhe h_a.

Zeigen Sie, dass der Punkt $F(4|6|-3)$ Höhenfußpunkt der Höhe h_a ist.
Berechnen Sie das Volumen des entstehenden Rotationskörpers.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

3.3 Ermitteln Sie eine Gleichung derjenigen Geraden, die durch den Punkt A verläuft und die Geraden g sowie h schneidet.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Mein Ma-ABI $2^{10}+10^{3}$	THEMA: Schwerpunkt B2	langfristige Aufgabe 2 HM: GTR/TW	Lösungen

1.1 *S(17,5|17,5|22)*
E: 44y – 35z = 0
α = 51,5°

1.2 A_{Δ} *= 492 m²;* A_{ges} *= 4000 m²*

1.3 *S(50,5|39,5|0)*

1.4 M_S*(17,5|-7|17,5|) und damit h = 17,5 m*

2.1 *Durchstoßpunkt mit der x-y-Koordinatenebene:* D_{xy}*(-2 | 3,5 | 0)* *für t = ½ gilt: l ≈ 4,03 m*

2.2 *Flächeninhalt: A ≈ 5,6 m²*

2.3 *Schlussfolgerungen zur Lagebeziehung von Kletterstammschatten und Balancierbalken: Der Schatten trifft den Balken.*

3.1 *Begründung mit GTR-Programm*

3.2 $V_K = 16\,\pi\,\sqrt{266} \approx 819{,}8$

3.3 *mögliche Geradengleichung* $\vec{x} = \begin{pmatrix} 3 \\ -5 \\ -15 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -5 \\ -15 \\ -8 \end{pmatrix} \quad (r \in \mathbb{R})$