Lösungen

Basiswissen Teil A

zu 1

a) Feld 1 b) Feld 2

zu 2

Ermitteln der Funktionsgleichungen/Grenzen aus der Abbildung

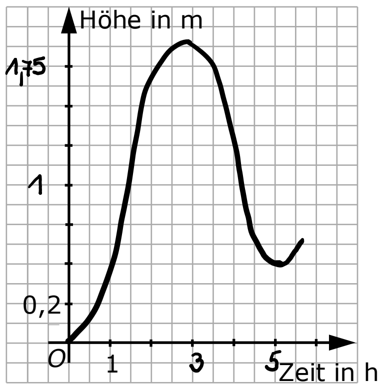
- obere Funktion *f*: $f(x) = -x^2 + 4$ untere Funktion *g*: $g(x) = -x + 2$
- x-Werte der Schnittpunkte als Integrationsgrenzen: $x_1 = -1$; $x_2 = 2$

Ansatz: $\int_{-1}^{2} [(-x^2+4)-(-x+2)]\,dx = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x \Big|_{-1}^{2} = 4{,}5$

zu 3

a)	Graph II Graph I liegt für $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ oberhalb der x-Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so wäre Graph II für $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ streng monoton steigend. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar.	2
b)	$\int_0^{\pi} k \cdot \sin(x)\,dx = \left[-k \cdot \cos(x)\right]_0^{\pi} = 2 \cdot k,\ \ 2 \cdot k = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$	3

zu 4

a)	Nach Auszählen der Kästchen im Bereich der Fläche, welche vom Graphen und der x-Achse eingeschlossen wird,ergeben sich etwa 36 Kästchen bzw. 9 Quadrate mit dem Inhalt 1 m³. Daher sind etwa 9 m³ zugeflossen.	2
b)	Hinweise: - der Graph verläuft durch O - alle Punkte liegen im ersten Quadranten - an der Stelle 3 liegt ein Maximum vor ($\approx 1{,}8$) - an der Stelle 5 liegt ein Minimum vor ($\approx 0{,}5$) 	3

zu 5

a)	$\frac{10}{10^2} = 10\,\%$	2
b)	$\frac{10 \cdot 9 \cdot 8}{10^3} = 72\,\%$	3

zu 6

Wie immer bei statistischen Untersuchungen verwendet man die ermittelten relativen Häufigkeiten als (sogenannte empirische) Wahrscheinlichkeiten.
Daher gilt:

$P(A) = \frac{471+151}{1000} = 0{,}622$,

$P(B) = \frac{471+148}{1000} = 0{,}619$ und

$P(A \cap B) = \frac{471}{1000} = 0{,}471.$

Es folgt $P(A) \cdot P(B) = 0{,}622 \cdot 0{,}619 \approx 0{,}385$

Obwohl man bei statistischen Untersuchungen mit Abweichungen rechnen muß, kann man dennoch sagen, daß $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ ist, d.h. A und B muß man als abhängige Ereignisse ansehen.

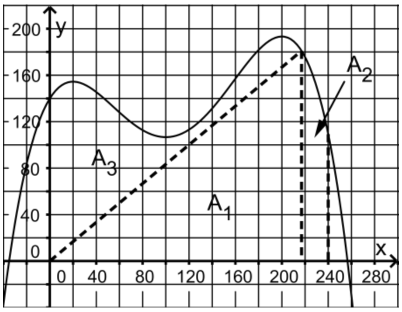
Die Vererbung ist also mit im Spiel!

Teil B - mit Hilfsmittel

zu 2

a) $\int\limits_0^k f(x)\,dx = \int\limits_k^{240} f(x)\,dx$ liefert $k \approx 135{,}5$, d. h. die Gerade wird näherungsweise durch die Gleichung $x = 135{,}5$ beschrieben. **04 BE**

b)



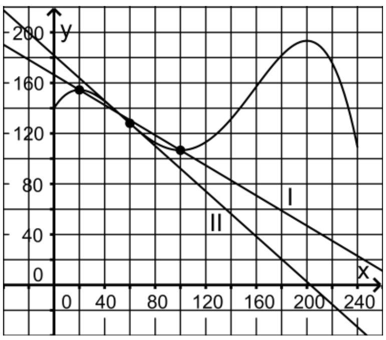
Es gilt: $A_1 + A_2 = \frac{2}{3} \cdot (A_1 + A_2 + A_3)$ **04 BE**

c) Mithilfe des Graphen von f und der Gerade mit der Gleichung $y = 170$ ergibt sich, dass Glukosewerte über $170\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ zwischen etwa 170 Minuten und 223 Minuten nach Beobachtungsbeginn und damit etwa 53 Minuten lang gemessen wurden. **03 BE**

d) $f''(x) = 0 \wedge f'''(x) < 0$ liefert: $x \approx 158{,}7$

Da $f'(0) = 1{,}6$ und $f'(158{,}7) \approx 1{,}3$, steigt der Glukosewert zu Beobachtungsbeginn am stärksten an. **04 BE**

e)



I: mittlere Änderungsrate des Glukosewerts im Zeitraum von 20 Minuten bis 100 Minuten nach Beobachtungsbeginn

II: momentane Änderungsrate des Glukosewerts 60 Minuten nach Beobachtungsbeginn **04 BE**

f) Mit $|f'(x)| \leq 0{,}3$ ergibt sich, dass die momentane Änderungsrate des Glukosewerts in folgenden Zeiträumen zwischen den angegebenen Werten lag:
- von etwa 15,2 Minuten bis etwa 25,8 Minuten
- von etwa 90,3 Minuten bis etwa 109,3 Minuten
- von etwa 195,5 Minuten bis etwa 203,9 Minuten

Damit liegt die momentane Änderungsrate etwa 38 Minuten lang im angegebenen Bereich.
04 BE

g) Mittelwert aller Glukosewerte: $\frac{1}{80} \cdot \int\limits_{20}^{100} f(x)\,dx \approx 129{,}2$

Mittelwert derjenigen Glukosewerte, die im angegebenen Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten gemessen wurden:

$\frac{1}{9} \cdot (f(20) + f(30) + \ldots + f(10)) \approx 129{,}3$

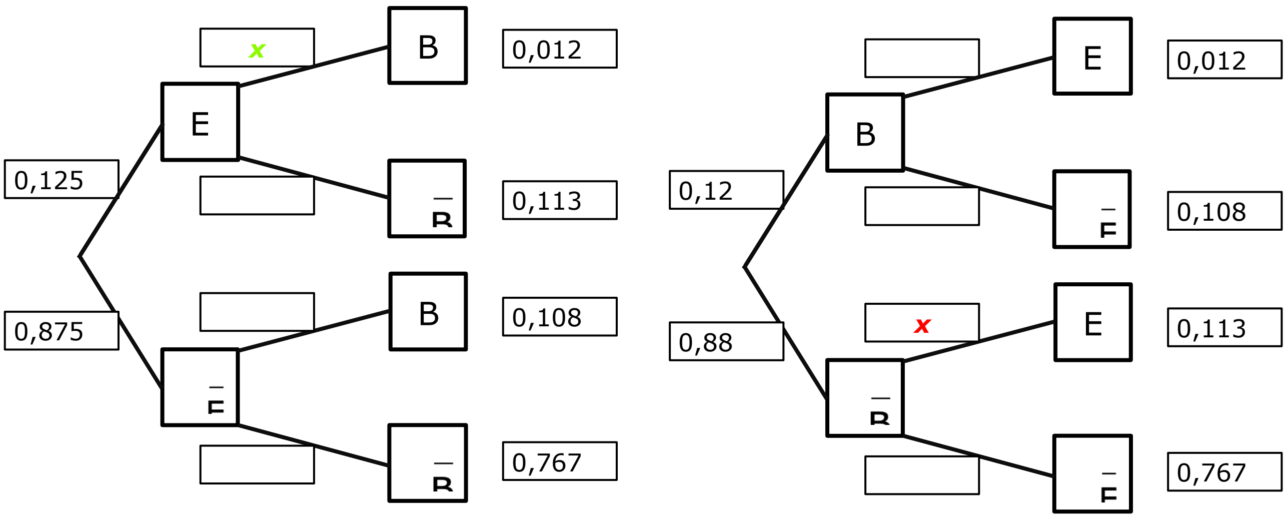
Der Mittelwert aller Glukosewerte ist etwa 0,1 % kleiner. **05 BE**

zu 3

B: Eine Person wohnt in Baden-Württemberg.
E: Eine Person ist an Grippe erkrankt.

(Alle Angaben in der VFT in Millionen)

	B	$\overline{B}$	
E	0,96	9,04	10
$\overline{E}$	8,64	61,36	70
	9,6	70,4	80



a) Ereignis A: $P(\overline{E}) = 0{,}875$

Ereignis B: Ansatz: $0{,}88 \cdot x = 0{,}113$

$P_{\overline{B}}(E) = 0{,}1284$

Ereignis C: Ansatz: $0{,}125 \cdot x = 0{,}012$

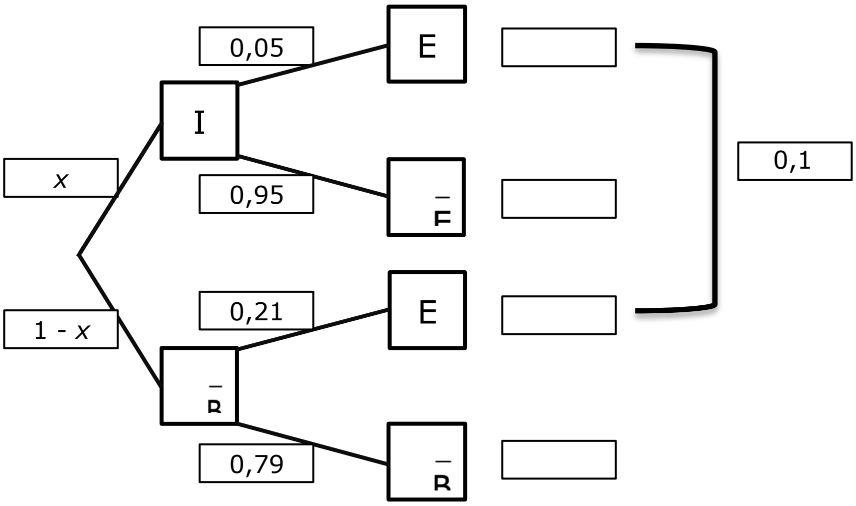
$P_E(B) = 0{,}096$

b) Ansatz: $P(B) \cdot P(E) = P(B \cap E)$

$0{,}12 \cdot 0{,}125 = 0{,}012$

$0{,}15 \neq 0{,}012$ stochastisch abhängig

c) I: Eine Person ist geimpft.



Ansatz: $x \cdot 0{,}05 + (1 - x) \cdot 0{,}21 = 0{,}1$

$$x = 0{,}6875$$

$$P_E(\mathrm{I}) = \frac{0{,}6875 \cdot 0{,}05}{0{,}1} \approx 0{,}3438$$