Basiswissen Teil A - ohne Hilfsmittel

1a) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=e^{-3\cdot x}+5 \quad (x\in\mathbb{R})$.
Welche auf $\mathbb{R}$ definierte Funktion F ist eine Stammfunktion von f?

- ☐ $F(x)=-\frac{1}{3}\cdot e^{-3\cdot x}+5\cdot x$
- ☐ $F(x)=-3\cdot e^{-3\cdot x}+5\cdot x$
- ☐ $F(x)=e^{-3\cdot x}+5\cdot x$
- ☐ $F(x)=-\frac{1}{3}\cdot e^{-3\cdot x}$
- ☐ $F(x)=-3\cdot e^{-3\cdot x}$

b) Gegeben ist die Funktion f mit $f(x)=4\cdot x^2+3\cdot x \quad (x\in\mathbb{R})$.
Welche Gleichung beschreibt die in $\mathbb{R}$ definierte Stammfunktion F von f mit $F(1)=3$?

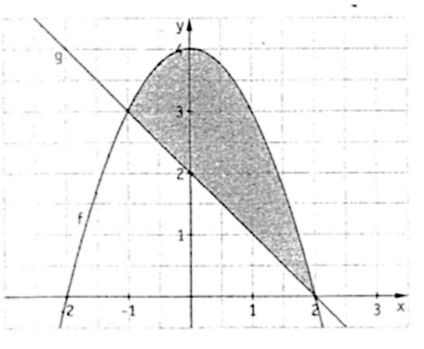
- ☐ $F(x)=\frac{4}{3}\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2-\frac{1}{6}$
- ☐ $F(x)=\frac{4}{3}\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2+\frac{1}{6}$
- ☐ $F(x)=\frac{4}{3}\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2$
- ☐ $F(x)=8\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2-\frac{13}{2}$
- ☐ $F(x)=8\cdot x^3+\frac{3}{2}\cdot x^2+\frac{13}{2}$

c) Der Graph einer Funktion schließt mit der Abszissenachse eine Fläche vollständig ein.
Welches der folgenden Integrale gibt den Inhalt einer derartigen Fläche an?

☐ $\int_{-2}^{2}(x+1)\,dx$ ☐ $\int_{-2}^{2}(\sin x)\,dx$ ☐ $\int_{-2} e^x\,dx$ ☐ $\int_{-2}^{2}(-x^2+4)\,dx$ ☐ $\int_{-2}^{2}(x^4-1)\,dx$

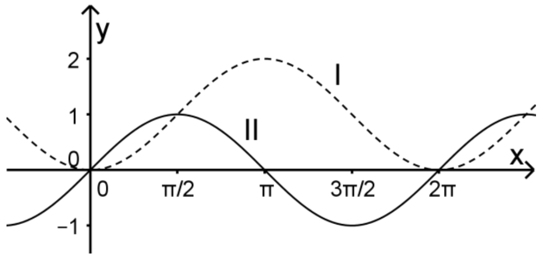
2 Berechnen Sie den Inhalt der in Abb.1 gefärbten Fläche.

Abb.1:



Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017/2018/2021 & Abitur Baden-Württemberg)

3 Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion und deren erster Ableitungsfunktion.



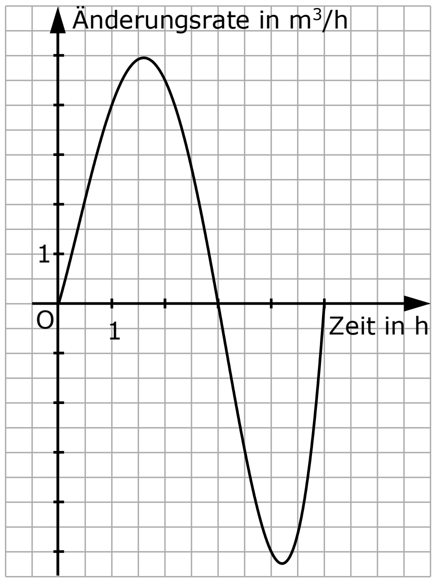
a) Geben Sie an, welcher der beiden Graphen I und II die Ableitungsfunktion darstellt, und begründen Sie Ihre Angabe.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Für einen Wert von k mit $k \in \mathbb{R}^+$ wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = k \cdot \sin(x)$ betrachtet. Für $0 \le x \le \pi$ schließt der Graph von f mit der x-Achse ein Flächenstück mit dem Inhalt $\frac{1}{2}$ ein. Bestimmen Sie den Wert von k.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

4 Ein quaderförmiges Speicherbecken für eine Flüssigkeit hat eine Grundfläche von $5\,\text{m}^2$ und ist zunächst leer. Der nebenstehende Graph gibt die Zufluss- bzw. Abflussrate $\left(\text{in}\,\frac{\text{m}^3}{\text{h}}\right)$ der Flüssigkeit über einen Zeitraum von 5 Stunden wieder.

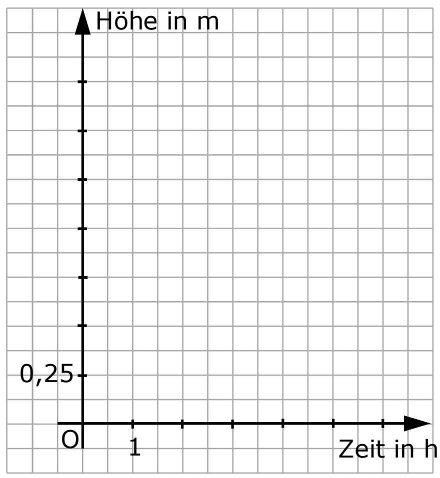


a) Bestimmen Sie näherungsweise das Volumen der in den ersten drei Stunden zufließenden Flüssigkeit.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Skizzieren Sie in das nebenstehende Koordinatensystem einen möglichen Graphen, der die Höhe (in m) des Flüssigkeitsstandes im Speicherbecken in Abhängigkeit von der Zeit (in h) beschreibt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03



5 Gegeben ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = x^2$.

Bestimmen Sie diejenige reelle Zahl m mit $m < 0$, für die der Graph von f und die Gerade mit der Gleichung $y = m \cdot x$ eine Fläche mit dem Inhalt 36 einschließen.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017/2018/2021 & Abitur Baden-Württemberg)

Teil B - mit Hilfsmittel

1 Bogenlänge von Kurven

a) Berechnen Sie für die lineare Funktion *f(x)* = 3x + 1 die Bogenlänge über dem Intervall [0;3]. Überprüfen Sie ihr Ergebnis, indem Sie die Streckenlänge elementar berechnen.

b) Berechnen sie die Länge des Graphen der Funktion $f(x)=\frac{2}{3}\cdot\sqrt{(x-1)^3}$ im Intervall [1; 4].

c) Die NEILsche Parabel ist der Graph der Funktion *f* mit $f(x)=\sqrt{x^3}$.
Geben Sie einen Term zur Berechnung der Bogenlänge der NEILschen Parabel im Intervall [0; b] an.

2 Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{10^6}x^4+\frac{4}{9375}x^3-\frac{13}{250}x^2+\frac{8}{5}x+140$.

Der Graph von *f* schließt mit den Koordinatenachsen und der Gerade mit der Gleichung $x=240$ ein Flächenstück ein.

a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Gerade, die parallel zur *y*-Achse verläuft und dieses Flächenstück halbiert. Erreichbare BE-Anzahl: 04

b) Die folgende Aussage bezieht sich auf eine zweite Gerade, die das Flächenstück teilt:

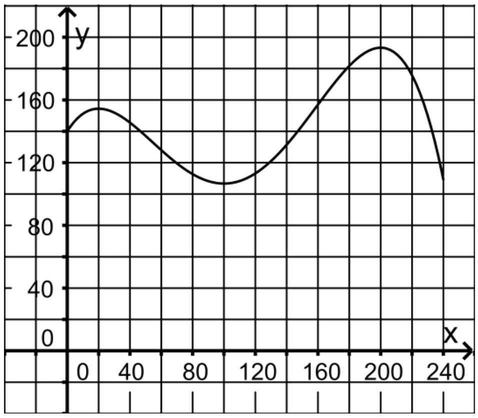
$$\text{Für } u\approx 217 \text{ gilt: } \frac{1}{2}\cdot u\cdot f(u)+\int_u^{240} f(x)\,\mathrm{d}x=\frac{2}{3}\cdot\int_0^{240} f(x)\,\mathrm{d}x$$

Veranschaulichen Sie die Aussage unter Verwendung einer geeigneten Skizze.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Diabetespatientinnen und -patienten haben die Möglichkeit, mithilfe sogenannter CGM-Geräte ihren Glukosewert, d. h. den Anteil der Glukose im Blut, ständig zu messen.

Die gegebene Funktion *f* beschreibt für $0\le x\le 240$ modellhaft die Entwicklung des Glukosewerts eines Patienten. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Minuten und $f(x)$ der Glukosewert in Milligramm pro Deziliter ($\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$). Die Abbildung zeigt den Graphen von *f*.



c) Hohe Glukosewerte über längere Zeit gelten als Risikofaktor.

Ermitteln Sie für den betrachteten Zeitraum, wie lange Glukosewerte über $170\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ gemessen wurden. Erreichbare BE-Anzahl: 03

d) Berechnen Sie für den betrachteten Zeitraum denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Glukosewert am stärksten ansteigt. Erreichbare BE-Anzahl: 04

e) Veranschaulichen Sie jeden der folgenden Terme in der Abbildung durch eine Gerade und geben Sie jeweils die Bedeutung des Terms im Sachzusammenhang an:

$$\text{I}\quad \frac{f(100)-f(20)}{100-20} \qquad\qquad \text{II}\quad \lim_{x\to 60}\frac{f(60)-f(x)}{60-x}$$

Erreichbare BE-Anzahl: 04

f) Ermitteln Sie für den betrachteten Zeitraum, wie lange die momentane Änderungsrate des Glukosewerts insgesamt zwischen $-0{,}3\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ pro Minute und $+0{,}3\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ pro Minute lag.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

g) Der Mittelwert der Funktionswerte von *f* für $x\in[a\,;b]$ kann mit dem folgenden Term berechnet werden: $\frac{1}{b-a}\cdot\int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

Berechnen Sie damit für den Zeitraum von 20 Minuten bis 100 Minuten nach Beobachtungsbeginn den Mittelwert aller Glukosewerte.

Bestimmen Sie dessen prozentuale Abweichung vom Durchschnittswert derjenigen Glukosewerte, die in diesem Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten, beginnend mit dem Zeitpunkt 20 Minuten nach Beobachtungsbeginn, gemessen wurden.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017/2018/2021 & Abitur Baden-Württemberg)