

Übungsblatt Thema: Klausurübung-Lösungen Klausur 4

Schwerpunkt 1 (Aufgaben ohne HM): Lagebeziehung geometrischer Objekte

zu 1

$$1.1 \quad |\overline{AB}|^2 = \sqrt{25}^2 = 25$$

$$1.2 \quad \frac{1}{3} \cdot 25 \cdot h = 50 \Leftrightarrow h = 6 \text{ mögliche z-Koordinate: } 10$$

zu 2

$$2.1 \quad \text{Ansatz Skalarprodukt; } a = -2$$

$$2.2 \quad \text{Nachweis, z.B. durch Bestimmung des Schnittpunktes } S(4|4|-4)$$

zu 3

$$3.1 \quad \overline{BA} \circ \overline{BC}_t = \begin{pmatrix} 2 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} \circ \begin{pmatrix} 2t \\ 0 \\ t \end{pmatrix} = 4t - 4t = 0$$

$$3.2 \quad |\overline{BA}| = |\overline{BC}_t| \Leftrightarrow \sqrt{20} = \sqrt{5t^2} \Leftrightarrow t = -2 \vee t = 2$$

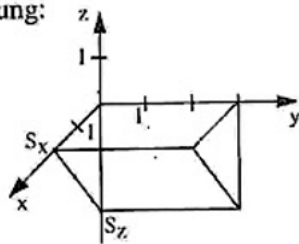
zu 4

$$4.1 \quad \overline{OC}_t = \begin{pmatrix} -3 \\ -22 \\ 10 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4 \\ 25 \\ -3 \end{pmatrix} \quad (t \in \mathbb{R})$$

$$4.2 \quad E: 4 \cdot x - 3 \cdot z = 8$$

4.3

Zeichnung:



zu 5

$$B_2(1; 3; 3), \quad C_4(9; -3; -1)$$

$$\overline{AB}_2 = \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix}, \quad \overline{AC}_4 = \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

Gilt $\overline{AB}_2 = a \cdot \overline{AC}_4$ mit $a \in \mathbb{R}$, so sind die Vektoren linear abhängig.

$$0 = a \cdot 8 \quad \Rightarrow \quad a = 0$$

$$2 = a \cdot (-4) \quad \Rightarrow \quad a = -\frac{1}{2}$$

$$4 = a \cdot 0 \quad \Rightarrow \quad \text{keine Lösung für } a$$

$\Rightarrow \overline{AB}_2$ und \overline{AC}_4 sind linear unabhängig.

Es muss gelten: $\vec{x} = b \cdot \overline{AB}_2 + c \cdot \overline{AC}_4$

$$\begin{pmatrix} 4 \\ y \\ -8 \end{pmatrix} = b \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + c \cdot \begin{pmatrix} 8 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix}$$

$$4 = 8c \quad \Rightarrow \quad c = \frac{1}{2}$$

$$y = 2b - 4c$$

$$-8 = 4b \quad \Rightarrow \quad b = -2$$

$$y = 2 \cdot (-2) - 4 \cdot \frac{1}{2} = \underline{\underline{-6}}$$

Schwerpunkt 2 (Aufgaben mit HM): Komplexaufgaben**zu 1**

1.1 $D(-25/5/-15)$

I ist über dem Mittelpunkt von \overline{AC} also über $M(-15/15/-15)$

Daraus leiten sich der x- und der y-Wert ab.

Der z-Wert ergibt sich aus der Gesamthöhe minus der 15 cm, die A und C unter der x-y-Ebene liegen.

1.2
$$\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 \\ 25 \\ -15 \end{pmatrix} + r \begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + s \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix}$$

ergibt keine Lösung, also ist die Ebene parallel zur x-Achse.

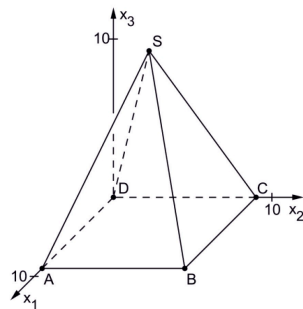
gleichschenkliges Trapez, wenn $\vec{BC} = a \cdot \vec{FG}$ und $|\vec{BF}| = |\vec{CG}|$

$$\begin{pmatrix} -20 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = a \cdot \begin{pmatrix} -30 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} \text{ also } a = \frac{2}{3} \text{ also parallel}$$

$$\left| \begin{pmatrix} 5 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix} \right| = \sqrt{25+25+225} = \left| \begin{pmatrix} -5 \\ 5 \\ 15 \end{pmatrix} \right| \text{ also gleich lang}$$

zu 2

1.1 $A(9|0|0)$



1.2 $F(4,5|4,5|0)$

Der Vektor \overline{FS} ist parallel zur x_3 -Achse, der Vektor \overline{BF} parallel zur $x_1 - x_2$ -Ebene. Die beiden Vektoren stehen also senkrecht zueinander.

1.3 $E: \vec{x} = \overline{OB} + r \cdot \overline{BC} + s \cdot \overline{BS}; r, s \in \mathbb{R}$

Das daraus resultierende Gleichungssystem

$$\text{I } x_1 = 9 - 9r - 4,5s \quad \text{II } x_2 = 9 - 4,5s \quad \text{III } x_3 = 12s$$

liefert $E: 8x_2 + 3x_3 - 72 = 0$.

1.4 Mittelpunkt von \overline{CS} : $(2,25|6,75|6)$

Mittelpunkt von \overline{DS} : $(2,25|2,25|6)$

$$\text{Gleichung der Mittelsenkrechten: } \vec{x}_t = \begin{pmatrix} 4,5 \\ 4,5 \\ 12 \end{pmatrix} + t \cdot \begin{pmatrix} 4,5 \\ 0 \\ -12 \end{pmatrix}; t \in \mathbb{R}$$

$$\text{Die Gleichung } \left(\begin{pmatrix} 2,25 \\ 6,75 \\ 6 \end{pmatrix} - \vec{x}_t \right) \cdot \left(\begin{pmatrix} 2,25 \\ 2,25 \\ 6 \end{pmatrix} - \vec{x}_t \right) = 0 \text{ hat keine Lösung. Der Vorschlag lässt sich}$$

also nicht umsetzen.

zu 3

3.1 Die Pfosten ragen 0,5 m in den Untergrund hinein.

3.2 $H(-3|-2|4)$

Wegen $\overline{EF} = \overline{HG}$ ist es ein Parallelogramm, wegen $\overline{EF} \circ \overline{FG} = 0$ und $|\overline{EF}| = |\overline{FG}|$ ein Quadrat.

3.3 Die Pyramide ist gerade und hat eine quadratische Grundfläche, die parallel zur $x_1 - x_2$ -Ebene ist. Der Mittelpunkt der Grundfläche liegt ebenso auf der x_3 -Achse wie die Spitze S.

3.4 Mittelpunkt der Seite \overline{EF} $M(2,5|-0,5|4)$

$$\frac{1}{2} \cdot |\overline{EF}| \cdot |\overline{MS}| \approx 7,0$$

Die Dachfläche hat einen Flächeninhalt von etwa 28m^2 .

3.5 Für $r, s \in \mathbb{R}$ liefert $\begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 5,5 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 5 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2 \\ -3 \\ 4 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ 0 \end{pmatrix} : r = 0,5$

Damit: $(2,5|-0,5|4)$