Übungsblatt zur 3. Klassenarbeit

Teil A - ohne Hilfsmittel

1 Welcher Wert für x ist Lösung der Gleichung $10^{x-3}=1$?

☐ -3 ☐ -1 ☐ 0 ☐ 3 ☐ 4

2 Gegeben ist die Funktion $f: x \mapsto 3 \cdot \sin(2 \cdot x)$ in ihrem größtmöglichen Definitionsbereich.
Welche Aussage ist falsch?

☐ f hat den größtmöglichen Definitionsbereich $D_f = \mathbb{R}$.

☐ f hat den Wertebereich $W_f = \{y | y \in \mathbb{R}; -3 \le y \le 3\}$.

☐ f hat die kleinste Periode $2 \cdot \pi$.

☐ $f(0)=0$

☐ f besitzt die Nullstellen $x_N = k \cdot \frac{\pi}{2}$ $(k \in \mathbb{Z})$.

3 Welche in $\mathbb{R}$ definierte Funktion g ist im gesamten Definitionsbereich monoton fallend?

☐ $g(x)=\frac{2}{3} \cdot x - 3$ ☐ $g(x) = -x^2 - 3$ ☐ $g(x)=3^x$ ☐ $g(x)=3^x-2$ ☐ $g(x)=3^{-x}$

4 Welche Funktion hat einen Graphen mit der waagerechten Asymptote $y=2$?

☐ $f_1(x)=e^x-2$ $(x \in \mathbb{R})$ ☐ $f_2(x)=e^x$ $(x \in \mathbb{R})$ ☐ $f_3(x)=2^x-2$ $(x \in \mathbb{R})$ ☐ $f_4(x)=2^x$ $(x \in \mathbb{R})$ ☐ $f_5(x)=2^x+2$ $(x \in \mathbb{R})$

5 Welche Funktion h besitzt in ihrem größtmöglichen Definitionsbereich D_h an der Stelle $x=1$ eine Nullstelle?

☐ $h(x)=e^x$ $(x \in D_h)$ ☐ $h(x)=\sin x$ $(x \in D_h)$ ☐ $h(x)=\ln x$ $(x \in D_h)$ ☐ $h(x)=(x-1)^2-1$ $(x \in D_h)$ ☐ $h(x)=\frac{1}{x-1}$ $(x \in D_h)$

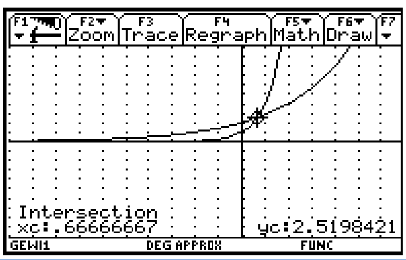
6 Gegeben ist die vollständige Wahrscheinlichkeitsverteilung einer Zufallsgröße X.

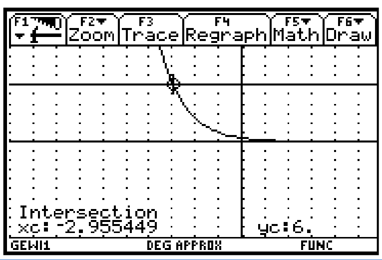
x_i	-2	0	1	2
$P(X=x_i)$	0,10	$P(X=0)$	0,20	0,45

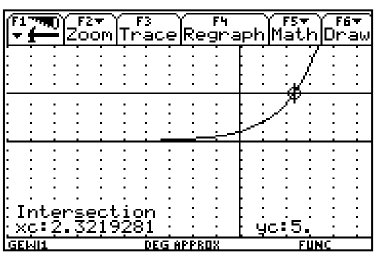
Gib $P(X=0)$ an und bestimme den Erwartungswert von X.

7 Bilde rechnerisch einen Term der Umkehrfunktion g der quadratischen Funktion f mit $f(x)=x^2-2$ $(x \in \mathbb{R}, x \ge 0)$.
Zeichne die Graphen die Graphen von f und g in ein Koordinatensystem.

8 Die Gleichungen (1) $2^x = 5$ (2) $0{,}4^{x+1} = 6$ (3) $4^x = 2^{0,5x+1}$
wurden graphisch gelöst.
Ordne dem Bildschirmausdruck die jeweilige Gleichung mit Pfeilen zu.







Teil B - mit Hilfsmittel

1 Löse die folgenden Gleichungen graphisch mit Deinem MMS.

a) $1{,}4\cdot 5^x = 2\cdot 3^x$ $x =$ _____ b) $0{,}6^x = 3\cdot 0{,}2^x$ $x =$ _____ c) $10\cdot 3^{x-1} = 8\cdot 5^{3x+2}$ $x =$ _____

2 Löse die Gleichungen aus Aufgabe 8 im Teil A rechnerisch mit dem MMS und kontrolliere die Richtigkeit deiner Zuordnung.

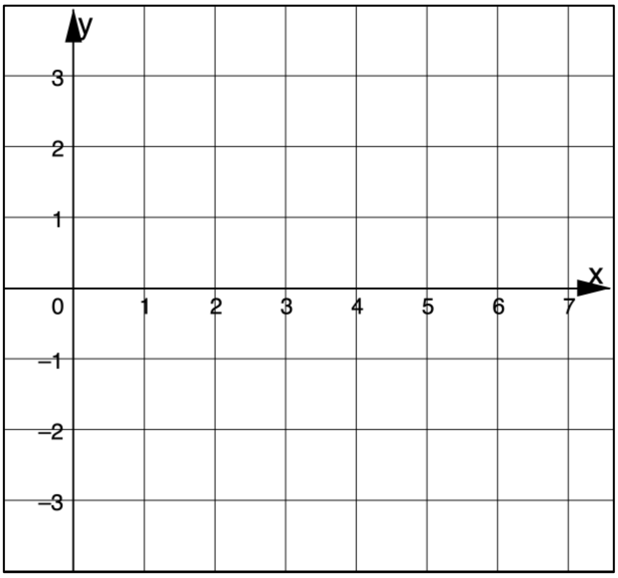
3a) Zeichne die Graphen der Funktionen *f, g* und *h* mit $f(x) = \ln x$, $g(x) = \lg x$ und $h(x) = \log_{0,5} x$ in das vorbereitete Koordinatensystem.

b) Fülle die untenstehende Tabelle zu den Funktionen aus.

c) Zeichne in das Koordinatensystem zwei Graphen von Logarithmusfunktionen ein, die monoton steigend bzw. monoton fallend verlaufen.
Notiere die Funktionsgleichungen.

____
(monoton steigend)

____
(monoton fallend)

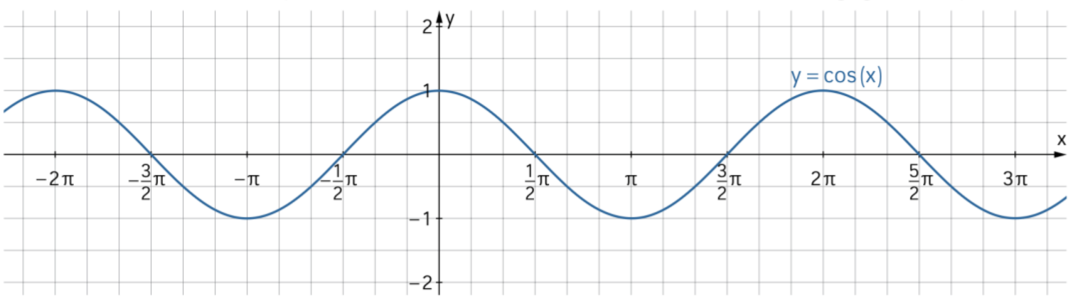


	Definitionsbereich	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie	Asymptoten
f					
g					
h					

4 Färbe wertgleiche Terme in derselben Farbe, ohne die genauen Werte zu berechnen.
Kontrolliere an den Graphen mit Hilfe des MMS.

sin (30°)	cos (150°)	sin (210°)	cos (−60°)	sin (60°)
cos (−150°)	sin (−30°)	cos (30°)	sin (120°)	cos (60°)
sin (150°)	cos (330°)	sin (−120°)	cos (120°)	sin (−60°)

5 Bestimme mithilfe des Graphen weitere Stellen x für $-2\pi \le x \le 3\pi$ mit dem angegebenen y-Wert.



a) $\cos(x) = 0{,}5$

x =	$\frac{\pi}{3}$				

b) $\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

x =	$\frac{3}{4}\pi$				

6 Komplexaufgabe

Im modernen Fußball haben Freistoßsituationen große Bedeutung. Dabei versucht der Freistoßschütze den Ball über eine Mauer aus Spielern ins Tor zu treffen (siehe Abbildung 1).

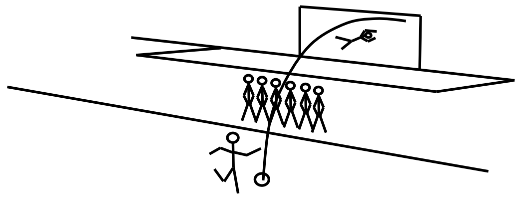


Abbildung 1 (nicht maßstäblich)

Die Flugbahn des Balles bei einem Freistoß wird in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 m) durch den Graphen der Funktion f mit
$f(x) = -0{,}0111 \cdot x^2 + 0{,}355 \cdot x \quad (x \in \mathbb{R}, 0 \le x \le 32)$ beschrieben (siehe Abbildung 2).
Dabei wird der tiefste Punkt des Balles betrachtet. Rotation sowie Reibungskräfte des Balles werden
vernachlässigt.

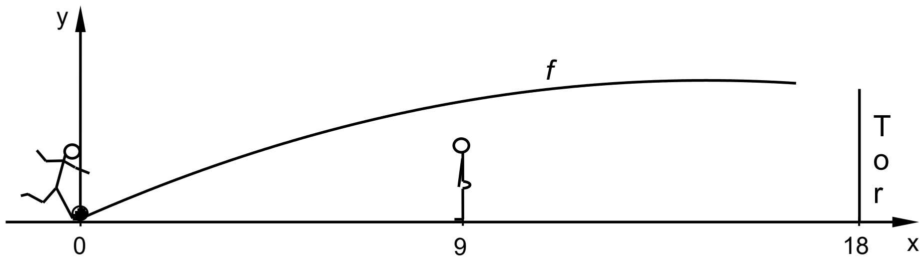


Abbildung 2 (nicht maßstäblich)

a) Zeigen Sie, dass der Ball die Spielerköpfe in der Mauer (maximale Körpergröße der Spieler in der Mauer 1,80 m) überquert, jedoch das 2,44 m hohe Tor nicht treffen kann.

b) Geben Sie an, ob sich der Ball beim Überqueren der Torlatte im aufsteigenden oder schon im absteigenden Teil seiner Flugbahn befindet. Begründen Sie Ihre Entscheidung.

c) Ermitteln Sie, wie weit der Ball hinter dem Tor am Boden landet.

d) Nun soll der Ball einer Flugbahn folgen, bei der er die Spieler in der Mauer überquert und das Tor treffen kann.
Geben Sie eine Funktionsgleichung der Form $g(x) = a \cdot x^2 + b \cdot x$ an, die eine solche Flugbahn beschreibt.

e) Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Freistoßspezialist Bastian bei einem Freistoß ein Tor erzielt, beträgt 0,3. Bastian schießt drei Freistöße.
Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit für folgende zufällige Ereignisse.
Ereignis A: Bastian erzielt genau ein Tor.
Ereignis B: Bastian erzielt mindestens ein Tor.

f) Ein Fußball ist regelgerecht, wenn er
- kugelförmig ist,
- aus Leder oder einem anderen geeigneten Oberflächenmaterial gefertigt ist,
- einen Umfang zwischen mindestens 68 cm und höchstens 70 cm hat,
- zu Spielbeginn mindestens 410 g und höchstens 450 g wiegt.

Jedes Jahr werden weltweit etwa 40 Millionen regelgerechte Fußbälle hergestellt.
Berechnen Sie, wie viel Hektar Oberflächenmaterial für die Jahresproduktion an regelgerechten Fußbällen mindestens notwendig sind.

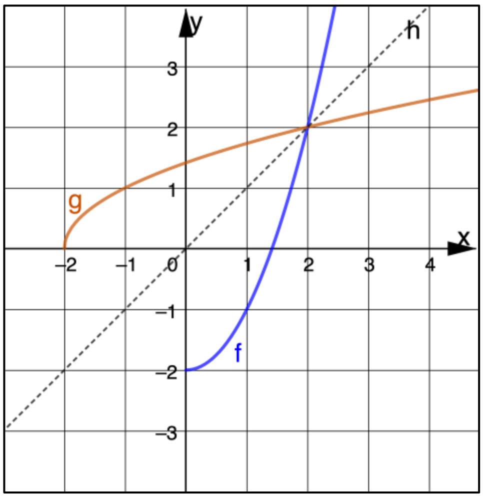
Lösungen - Teil A

Aufgabe 1 Feld 4 **Aufgabe 2** Feld 3 **Aufgabe 3** Feld 5

Aufgabe 4 Feld 5 **Aufgabe 5** Feld 3

Aufgabe 6 $P(X=0)=0{,}25$ $E(X)=-2\cdot 0{,}1 + 1\cdot 0{,}2 + 2\cdot 0{,}45 = 0{,}9$

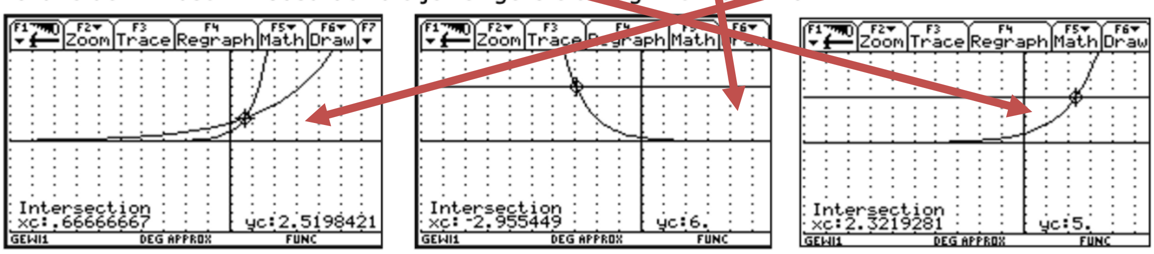
Aufgabe 7 $y = \sqrt{x-2}$



Aufgabe 8

3 Die Gleichungen wurden graphisch gelöst. (1) $2^x = 5$ (2) $0{,}4^{x+1} = 6$ (3) $4^x = 2^{0{,}5x+1}$

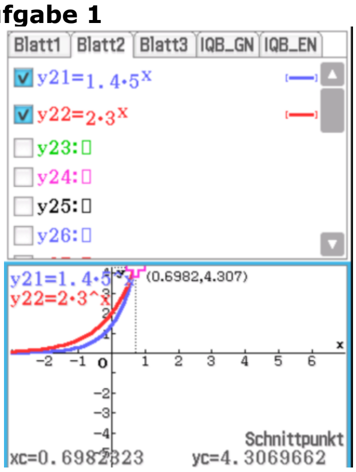
Ordne dem Bildschirmausdruck die jeweilige Gleichung mit Pfeilen zu.



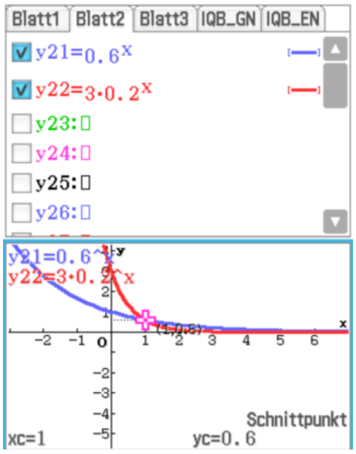
Lösungen - Teil B

Aufgabe 1

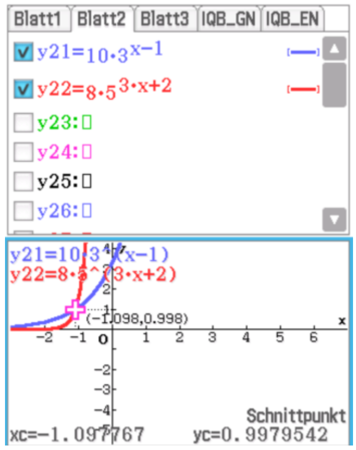
a)



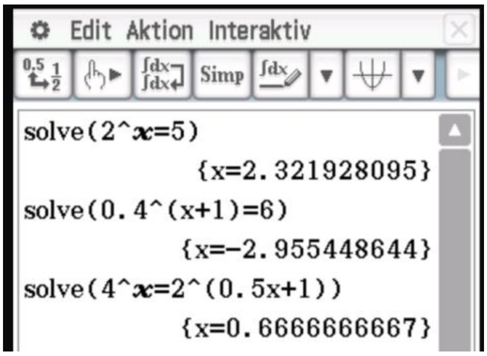
b)



c)

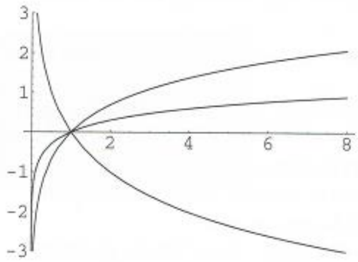


Aufgabe 2



Aufgabe 3

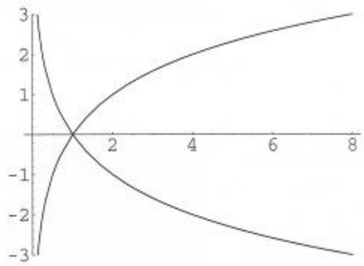
a)



b)

	Definitionsbereich	Wertebereich	Nullstellen	Monotonie	Asymptoten
$f(x)$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$	$x=1$	wachsend	$y=0$
$g(x)$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$	$x=1$	wachsend	$y=0$
$h(x)$	$\mathbb{R}^+$	$\mathbb{R}$	$x=1$	fallend	$y=0$

c)



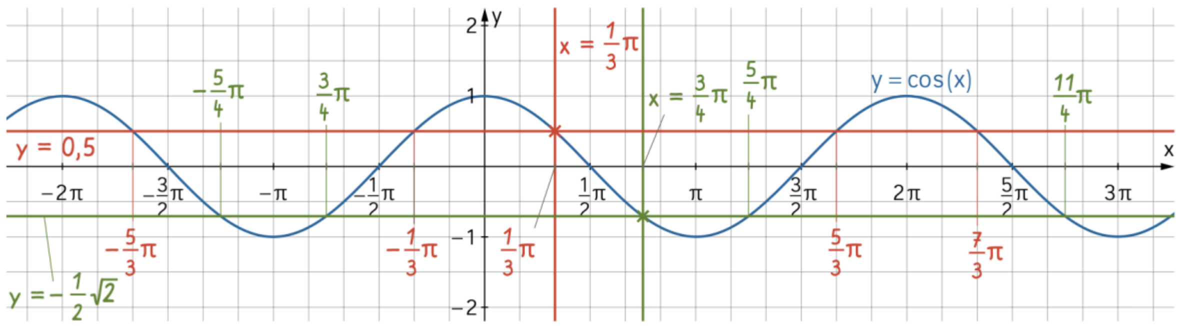
$\log_2 x$ (monoton steigend)

$\log_{\frac{1}{2}} x$ (monoton fallend)

Aufgabe 4

sin (30°)	cos (150°)	sin (210°)	cos (–60°)	sin (60°)
cos (–150°)	sin (–30°)	cos (30°)	sin (120°)	cos (60°)
sin (150°)	cos (330°)	sin (–120°)	cos (120°)	sin (–60°)

Aufgabe 5



a) $\cos(x) = 0{,}5$

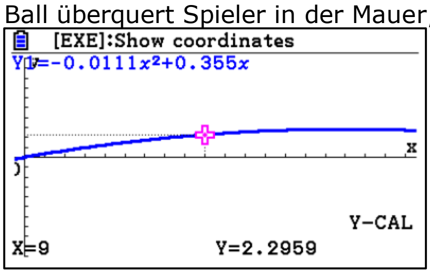
$x =$	$\frac{\pi}{3}$	$-\frac{5}{3}\pi$	$-\frac{\pi}{3}$	$\frac{5}{3}\pi$	$\frac{7}{3}\pi$

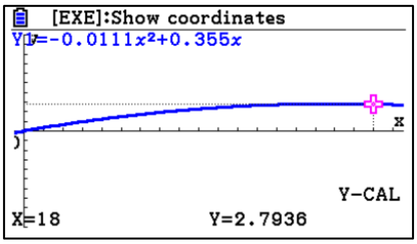
b) $\cos(x) = -\frac{1}{2}\sqrt{2}$

$x =$	$\frac{3}{4}\pi$	$-\frac{5}{4}\pi$	$-\frac{3}{4}\pi$	$\frac{5}{4}\pi$	$\frac{11}{4}\pi$

Aufgabe 6

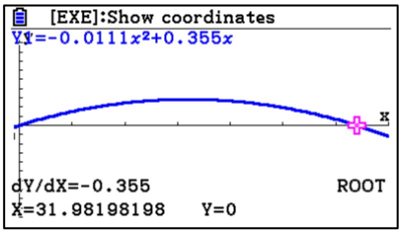
a) Nachweis: Ball überquert Spieler in der Mauer; Nachweis: Ball kann Tor nicht treffen





b) Angabe: Ball befindet sich bereits im absteigenden Teil der Flugbahn. Begründung: Der Scheitelpunkt des Graphen wurde bereits passiert.

c) Ergebnis: Der Ball landet 14 m hinter dem Tor.



d) Angabe einer möglichen Funktionsgleichung

e) P(A) = 0,441; P(B) = 0,657

f) Ergebnis: $\approx$ 589 ha