Lösungen

Regression

<u>Gibt man die Jahreszahlen als Abszisse (x-Werte) ein</u>

a) Funktionsgleichungen	**b) CO_2-Gehalt**	
	2050	2100
Lineare Funktion: $y = 1{,}53x - 2691{,}68$	444,82	521,32
Exponentialfunktion: $y = 0{,}07 \cdot 1{,}00429^x$	453,24	561,42
Quadratische Regression: $y = 0{,}01309x^2 - 50{,}504x + 49022{,}2$	499,73	690,70

<u>Setzt man das Jahr 1960 = 0 (1970 = 10 etc.) und wählt diese als Abszisse (x-Werte)</u>

a) Funktionsgleichungen	**b) CO_2-Gehalt**	
	2050	2100
Lineare Funktion: $y = 1{,}53x + 313{,}839$	451,54	528,04
Exponentialfunktion: $y = 315{,}58 \cdot 1{,}00429^x$	463,91	574,63
Quadratische Regression: $y = 0{,}01309x^2 + 0{,}807548x + 319{,}7$	498,41	689,32

c) Bewertung

- Allgemein macht es einen enormen Unterschied, welchen Funktionstypen man für die Regression wählt. Das zeigt sich deutlich in den verschiedenen Werten für die Jahre 2050 und 2100
- Das Verhalten des Menschen entscheidet maßgeblich, ob wirklich weiterhin große Mengen Kohlstoffdioxid in die Atmosphäre abgegeben werden. Eine wirksame, globale Klimapolitik könnte gegensteuern. Andererseits können sogenannte Kippelemente (z.B. das Auftauen des Permafrostbodens in Sibirien und Kanada durch die globale Erwärmung zusätzliches CO_2 in die Atmosphäre abgeben). Es liegt also an uns, welches Szenario eintritt …

BLF-Aufgaben

<u>BLF 2012/13</u>

1) $t(5) = 3{,}095 \cdot 1{,}038^5 \approx 3{,}73$

3,73 m < 3,90 m Das Becken ist tiefer als die geforderte Mindesttiefe.
® Ein Sprung aus fünf Meter ist zulässig.

2) $3{,}9 = 3{,}095 \cdot 1{,}038^x \qquad x \approx 6{,}20$

Sprünge bis in eine Höhe von 6,20 m sind bei der Wassertiefe zulässig.

<u>BLF 2017/18</u>

1) Begründung mit gegebenen Wertepaaren:

am Boden (Höhe = 0 km): $p(0) = 1\,051 \cdot 0{,}87^0 = 1\,051$

in 1 km Höhe: $p(1) = 1\,051 \cdot 0{,}87^1 \approx 914$

Laut Text ist besteht zwischen Höhe und Luftdruck ein exponentieller Zusammenhang. Dieser ist in der Funktionsgleichung erfüllt. Außerdem erfüllt die gegebene Gleichung die beiden gegebenen Wertepaaren. Damit ist die Gleichung eindeutig bestimmt.

2) $742 = 1\,051 \cdot 0{,}87^x \qquad x \approx 2{,}5$

In 2,5 km Höhe beträgt der Luftdruck 742 hPa.

Papierfalten

1. Häufiger als achtmal schafft man es nicht einen Bogen Papier zu falten, unabhängig davon, wie dünn oder groß das Papier ist.
2. $h(n) = 0{,}01 \cdot 2^n$
    - n … Anzahl der Faltungen ($n \in \mathbb{N}$)
    - h(n) … Höhe (in cm)
3. 384 400 km = 38 440 000 000 cm
   $38\,440\,000\,000 = 0{,}01 \cdot 2^n$
   n ≈ 41,81 ® 42 (du musst aufrunden, da du bei 41 Faltungen noch nicht die nötige Entfernung erreicht hast).

Nach 42 Faltungen eines A4-Blattes hätte der Bogen eine Dicke, die von der Erde zum Mond reichen würde. (Bei 51 Faltungen sogar mehr als die Entfernung von der Erde zur Sonne [=150 Millionen km]).

Anwendungsaufgabe

1. <u>Strategie</u>: bestimme zwei Wertepaare aus dem Text und führe mit diesen eine Regression durch
   a) $\underline{\underline{f(x) = 30 \cdot 1{,}59^x}}$
   Wertepaare: Anfangsbestand: (0 | 30) und nach den ersten drei Tagen: (3 | 120)
   b) $\underline{\underline{f(x) = 2 \cdot 0{,}8^x}}$
   (0 | 2) und (5 | $\frac{2}{3}$)
   c) Hast du $f(x) = 4 \cdot 1{,}3^x$ als Lösung? Dann bist du in die Falle getappt 😜
   Da das Wachstum konstant bei 0,3 bleibt, handelt es sich nicht um exponentielles, sondern um lineares Wachstum.
   $\underline{\underline{f(x) = 0{,}3x + 4}}$
   d) $\underline{\underline{f(x) = 400 \cdot 0{,}7744^x}}$
   (0 | 400) und (0,5 | 352*) *88% von 400

2. Algenwachstum
   a) (2 | 20) und (4 | 80)
   $\underline{\underline{f(x) = 5 \cdot 2^x}}$
   b) $y = 5 \cdot 2^{5{,}5} = 266{,}3$

Nach 5,5 Wochen hat die Alge eine Höhe von 266 cm.

Formelle Aufgaben

a) Strategie: Einsetzen der gegebenen Koordinaten und bestimmen der fehlenden Koordinaten:

P (0 | y)	Q (x | -0,5)
Ansatz: $y = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^0 - 1{,}5$ $(= 27 \cdot 1 - 1{,}5 = 25{,}5)$ $\underline{\underline{y = 25{,}5}}$	$-0{,}5 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1{,}5$ $(1 = 27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x \quad x = 3$, da $27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^3 = \frac{27}{27} = 1)$ $\underline{\underline{x = 3}}$

b) Eigenschaften

Definitionsbereich: $x \in \mathbb{R}$ (Du kannst alle reellen Zahlen einsetzen und erhältst ein sinnvolles Ergebnis.)

Asymptote: *waagerecht: $y = -1{,}5$*
senkrecht: keine

Monotonie: *Für alle x monoton fallend, da für die Basis B gilt: $0 < B < 1$*

Extremstellen: *keine (das folgt direkt aus der Monotonie)*

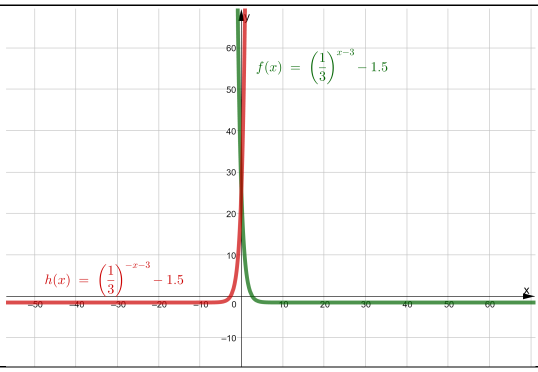
c) Streckungsfaktor → Verschiebungsparameter

$27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1{,}5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{-3*} \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x - 1{,}5 = \left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} - 1{,}5$ $\qquad \underline{\underline{b = -3}}$

Nebenrechnung: $\left(\frac{1}{3}\right)^{-3} = 3^3 = 27$

d) Spiegelung an x-Achse: Graph von h

$$k(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^{-x-3} - 1{,}5 = 27 \cdot 3^x - 1{,}5$$



e) Spiegelung an y-Achse: Graph von k

$$k(x) = -\left(\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} - 1{,}5\right) = -\left(\frac{1}{3}\right)^{x-3} + 1{,}5 = -27 \cdot \left(\frac{1}{3}\right)^x + 1{,}5$$