Mein Ma-ABI $\sqrt{4080400}$	Thematische Übung Steckbriefaufgabe	Aufgabe **2** HM: GTR/TW	auch erhältlich auf www.maphyside.de

Vielfältige Übungen zum Finden von Funktionsgleichungen

Aufgaben für Teil A (ohne HM)

1 Bestimmen Sie die Funktionsgleichung einer ganzrationalen Funktion 3. Grades, welche die jeweils angegebenen Eigenschaften aufweist.

1.1 Der Graph von f besitzt den Maximumpunkt $P(2|\ 1)$ sowie mit $Q(5|\ 0)$ einen weiteren Extrempunkt.

1.2 Der Graph von f berührt die x-Achse an der Stelle 1; der Wendepunkt ist $W(3|\ 3)$.

1.3 Die Wendetangente im Punkt $W(0|\ 3)$ ist parallel zur Geraden $y = 3x$ und f hat die Nullstelle $x = 6$.

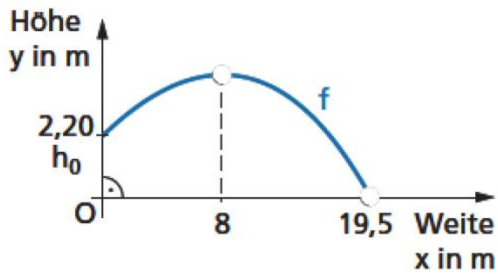
Aufgaben für Teil B (mit HM)

2 Ein Abschnitt einer Spielzeugautorennbahn wird über eine ganzrationale Funktion dritten Grades beschrieben. Der horizontale Fußboden verläuft entlang der x-Achse.
Der linke Rand des Abschnittes ist 20 cm über dem Fußboden, der rechte Rand ist 100 cm vom linken Rand entfernt und 40 cm über dem Fußboden. Genau in der Mitte des Abschnittes ist die steilste Stelle.
Berechnen Sie für diesen Abschnitt der Autorennbahn eine beschreibende Funktion, wenn

2.1 die Bahn am linken Rand horizontal verläuft,

2.2 am linken Rand ein Gefälle von 10 % vorhanden ist,

3 Die Flugweite eines geworfenen oder gestoßenen Gegenstandes hängt von der Anfangsgeschwindigkeit, dem Abwurfwinkel und der Abwurfhöhe ab.
Vernachlässigt man den Luftwiderstand, dann lässt sich die Flugbahn einer Kugel näherungsweise durch eine Parabel beschreiben. Der ebene Untergrund entlang der x-Achse verlaufen und eine Längeneinheit in diesem Modell entspricht 1 m in der Realität.
Dabei soll gelten:



- Die Abwurfhöhe h_0 beträgt 2,20 m.
- Der höchste Punkt der Flugbahn wird nach 8 m erreicht.
- Die Wurfweite der Kugel beträgt 19,5 m.

3.1 Bestimmen Sie eine Funktion 2. Grades $f(x) = ax^2 + bx + c$, welche die Flugbahn näherungsweise beschreibt.

3.2 Berechnen Sie den Abwurfwinkel und den Aufprallwinkel.

(Quelle: Duden/Patec Sachsen 2008 S. 123)

Lösung

zu 1

Es gilt:

$$f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d; \quad f'(x) = 3ax^2 + 2bx + c; \quad f''(x) = 6ax + 2b$$

1.1 $f(2) = 1; \quad f'(2) = 0; \quad f(5) = 0; \quad f'(5) = 0$

$$f(x) = \frac{2}{27}x^3 - \frac{7}{9}x^2 + \frac{20}{9}x - \frac{25}{27}$$

1.2 $f(1) = 0; \quad f'(1) = 0; \quad f(3) = 3; \quad f''(3) = 0$

$$f(x) = -\frac{3}{16}x^3 + \frac{27}{16}x^2 - \frac{45}{16}x + \frac{21}{16}$$

1.3 $f(0) = 3; \quad f'(0) = 3; \quad f''(0) = 0; \quad f(6) = 0$

$$f(x) = -\frac{7}{72}x^3 + 3x + 3$$

zu 2

Es gilt:

$f(0) = 20; \quad f(100) = 40; \quad f''(50) = 0$

$f(x) = \frac{5k-1}{25\,000}x^3 + \frac{-15k+3}{500}x^2 + k \cdot x + 20 \quad \left(k < \frac{1}{5}\right)$

Anmerkung: Wegen des Vorhandenseins eines Wendepunktes muss es sich um eine Funktion dritten Grades handeln. Um deren Gleichung zu bestimmen, ist ein viertes Merkmal notwendig, etwa $f(50) = 30$.

Möglich wären aber auch folgende ergänzende Angaben:

2.1 • $f'(0) = 0 \quad \Rightarrow f(x) = -\frac{1}{25\,000}x^3 + \frac{3}{500}x^2 + 20$

2.2 • $f'(0) = -0{,}1 \quad \Rightarrow f(x) = \frac{3}{50\,000}x^3 + \frac{9}{1000}x^2 - \frac{1}{10}x + 20$

zu 3

3.1 $f(0) = 2{,}2; \quad f'(8) = 0; \quad f(19{,}5) = 0$

$f(x) = -0{,}075x^2 + 1{,}354x + 2{,}2$

3.2 $f'(0) = 1{,}354 \Rightarrow \alpha \approx 53{,}4°$

$f'(19{,}5) = -1{,}571 \Rightarrow \beta \approx 57{,}5°$