Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Aufgaben B-Teil Schwerpunkt B1	Aufgabe 3 HM: GTR/TW

Abbildung 1 zeigt den Graphen einer Funktion *f,* die für $0 \le t \le 15$ das Volumen des Wassers in einem Becken in Abhängigkeit von der Zeit beschreibt. Dabei ist t die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $f(t)$ das Volumen in Kubikmetern.

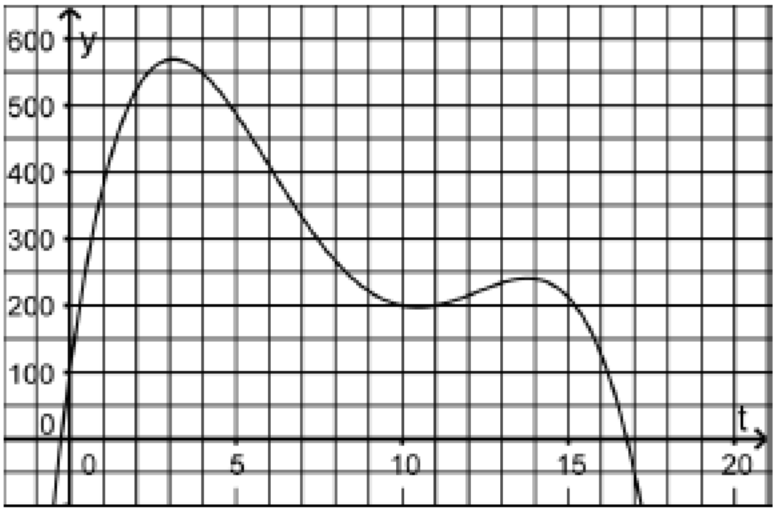


Abb. 1

1.1 Geben Sie das Volumen des Wassers fünf Stunden nach Beobachtungsbeginn an sowie den Zeitraum, in dem das Volumen mindestens 350 Kubikmeter beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.2 Bestimmen Sie die momentane Änderungsrate des Wasservolumens zwei Stunden nach Beobachtungsbeginn.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.3 Die fünfzehn Stunden nach Beobachtungsbeginn vorliegende momentane Änderungsrate des Wasservolumens bleibt bis zu dem Zeitpunkt erhalten, zu dem das Becken kein Wasser mehr enthält. Beschreiben Sie ein Verfahren, mit dem man diesen Zeitpunkt grafisch bestimmen kann. Geben Sie den Zeitpunkt an.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.4 Interpretieren Sie die Gleichung $f(t+6) = f(t) - 350$ im Sachzusammenhang.
Geben Sie eine Lösung der Gleichung an.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.5 Begründen Sie, dass die Funktionsgleichung von f weder die Form I noch die Form II hat:

I $\quad f(t) = -0{,}3 \cdot t^4 + a \cdot t^2 + 100 \qquad a \in \mathbb{R}$

II $\quad f(t) = 8{,}5 \cdot t^3 + 3{,}7 \cdot t^2 + b \cdot t + 100 \qquad b \in \mathbb{R}$

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Für ein anderes Becken wird die momentane Änderungsrate des Volumens des enthaltenen Wassers für $0 \le t \le 15$ durch die Funktion g mit $g(t) = 0{,}4 \cdot \left(2 \cdot t^3 - 39 \cdot t^2 + 180 \cdot t\right)$ beschrieben. Dabei ist t die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Stunden und $g(t)$ die Änderungsrate in $\frac{\text{m}^3}{\text{h}}$.

Die Funktion G mit $G(t) = 0{,}2 \cdot \left(t^4 - 26 \cdot t^3 + 180 \cdot t^2\right)$ ist eine Stammfunktion von g.

1.6 Berechnen Sie für den beschriebenen Zeitraum denjenigen Zeitpunkt, zu dem die momentane Änderungsrate des Wasservolumens maximal ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.7 Ermitteln Sie rechnerisch den Zeitraum, in dem das Volumen des Wassers abnimmt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.8 Drei Stunden nach Beobachtungsbeginn sind im Becken 350 Kubikmeter Wasser enthalten. Bestimmen Sie das Volumen des Wassers zu Beobachtungsbeginn.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.9 Untersuchen Sie rechnerisch, ob es nach Beobachtungsbeginn einen Zeitpunkt gibt, zu dem das Wasservolumen ebenso groß ist wie zu Beobachtungsbeginn.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Für jeden Wert $c > 0$ ist die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion $h_c : x \mapsto c \cdot \sin(c \cdot x)$ gegeben.

Abbildung 2 zeigt den Graphen von h_1.

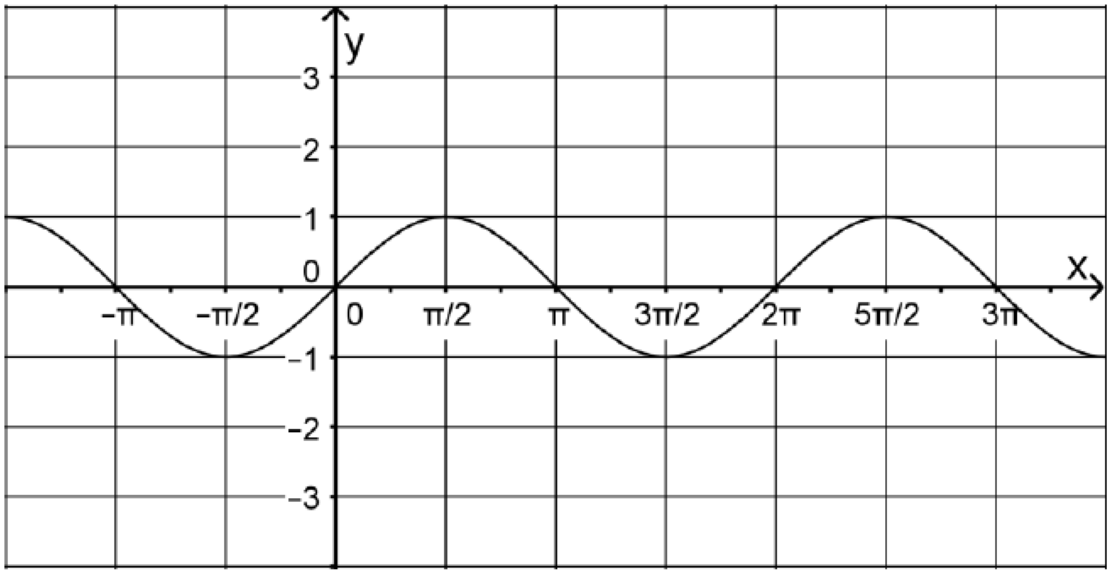


Abb. 2

1.10 Skizzieren Sie für $c = \frac{1}{2}$ und $c = 2$ jeweils den Graphen von h_c in Abbildung 2.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.11 Eine Nullstelle von h_c ist 0, die benachbarte positive Nullstelle wird mit u bezeichnet.
Geben Sie den Wert von u in Abhängigkeit von c an.
Berechnen Sie damit den Inhalt des Flächenstücks, das der Graph von h_c für $0 \leq x \leq u$ mit der x-Achse einschließt.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.12 Beschreiben Sie, wie man ohne Verwendung einer Ableitungsfunktion die Koordinaten eines Tiefpunkts des Graphen von h_c in Abhängigkeit von c ermitteln kann.
Geben Sie die Koordinaten eines Tiefpunkts an.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

1.13 Geben Sie einen Term der 103. Ableitung von h_c an.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Schwerpunkt B1	langfristige Aufgabe 3 HM: GTR/TW	Lösungen

1.1 *Das Volumen des Wassers fünf Stunden nach Beobachtungsbeginn beträgt etwa 490 m³.*
Der Zeitraum, in dem das Volumen mindestens 350 Kubikmeter beträgt, beginnt etwa 0,9 Stunden und endet etwa 6,8 Stunden nach Beobachtungsbeginn.

1.2 $90\,\frac{m^3}{h}$

1.3 *z. B. Beschreibung über Verlauf einer Tangente; 19 Stunden*

1.4 *Die Lösung der Gleichung liefert diejenigen Zeitpunkte, zu dem das Volumen des Wassers 350 Kubikmeter größer ist als sechs Stunden später.*

$t \approx 3$

1.5 *Der Graph einer Funktion der Form I ist symmetrisch bezüglich der y-Achse.*

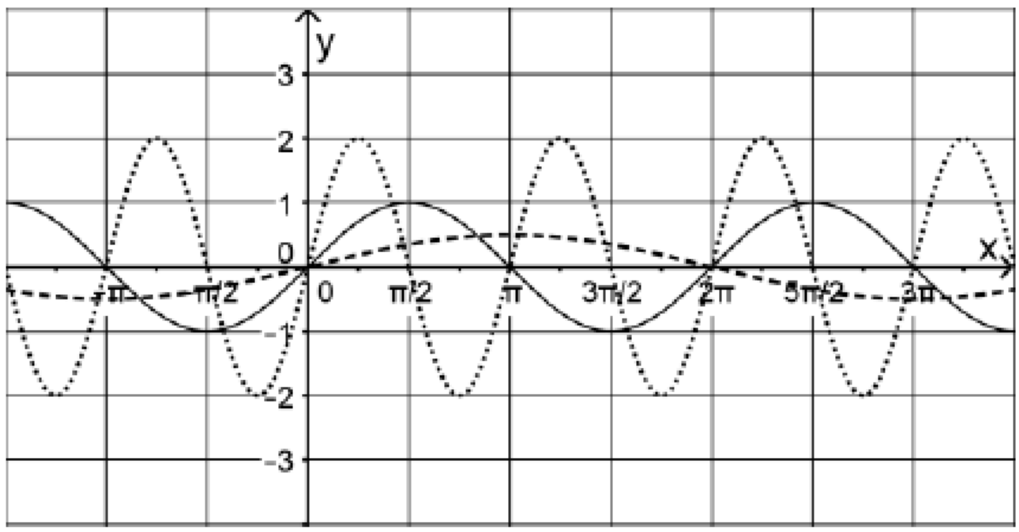
Der Graph einer Funktion der Form II hat nur einen Wendepunkt.

1.6 *Die momentane Änderungsrate ist 15 Stunden nach Beobachtungsbeginn maximal.*

1.7 *zwischen 7,5 und 12 Stunden*

1.8 *etwa 150 m³ Wasser*

1.9 *Dieser Zeitpunkt existiert nicht.*

1.10


1.11 *Inhalt des Flächenstücks: 2*

1.12 *Beschreibung, z.B. über Mittelwert*

Koordinaten des Tiefpunktes: $\left(\frac{3\pi}{2c} \middle| -c\right)$

1.13 $h_c^{104}(x) = -c^{104} \cdot \cos(c \cdot x)$