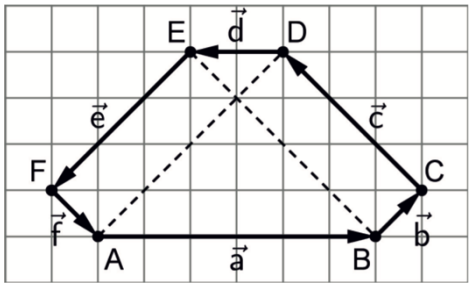
Übungsblatt Thema: Klausurübung Klausur 3

Schwerpunkt 1: Aufgaben ohne HM

1 Im abgebildeten Sechseck *ABCDEF* sind jeweils zwei Seiten parallel zueinander.



1.1 Stellen Sie die Vektoren $\vec{x}$ und $\vec{y}$ jeweils mithilfe der Eckpunkte des Sechsecks dar.

$\vec{x} = \vec{b} + \vec{c} + \vec{d}$ $\qquad$ $\vec{y} = \vec{a} + \vec{c}$

1.2 Stellen Sie den Vektor $\overrightarrow{FB}$ mithilfe von drei der Vektoren $\vec{a}$, $\vec{b}$, $\vec{c}$, $\vec{d}$, $\vec{e}$ und $\vec{f}$ dar.

1.3 Der Punkt *A* hat in einem kartesischen Koordinatensystem die Koordinaten $x_1 = 6$, $x_2 = 2$ und $x_3 = -4$.
Der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AB}$ wird mit *M* bezeichnet. Der Punkt $K(2|0|8)$ ist der Mittelpunkt der Strecke $\overline{AM}$.
Ermitteln Sie die Koordinaten von *B*.

2 Lösen Sie die folgenden LGS.

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 2 \\ -x_1 & & & - & 2x_3 & = & 5 \\ & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & -10 \end{array} \qquad \begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & = & -2 \\ -x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 4 \\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 0{,}5 \end{array}$$

3 Decide, how many solutions an LGS has, when the GTR shows:

```
rref([A]
     [[1 0 0 8 ]
      [0 1 0 -1]
      [0 0 0 0 ]]
```
A

```
rref([B]
     [[1 0 1 0]
      [0 1 0 0]
      [0 0 0 1]]
```
B

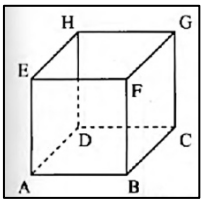
```
rref([C]
     [[1 0 0 3 ]
      [0 1 0 -2]
      [0 0 1 6 ]]
```
C

4 Geben Sie zu den Geraden durch die Punkte *A* und *B*, *A* und *C* sowie *B* und *C* jeweils eine Parametergleichung an.
a) $A(0|5|-4)$, $B(6|3|1)$, $C(9|-9|0)$ b) $A(8|-1|1)$, $B(4|5|-2)$, $C(1|1|1)$

5 Welche besonderen Geraden werden durch die folgenden Parametergleichungen beschrieben?

$g_1: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $g_2: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$ $\qquad$ $g_3: \vec{x} = t \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}$

6 Zeichnen Sie einen Würfel und bezeichnen Sie die Ecken mit *ABCDEFGH* (siehe Abbildung).
Wählen Sie ein geeignetes Koordinatensystem und bestimmen Sie eine Parametergleichung der Geraden, die festgelegt ist durch die Punkte:



a) *A* und *C* b) *B* und *D* c) *E* und *G* d) *F* und *H* e) *A* und *G*.

7.1 Prüfen Sie, ob der Punkt $P(2|3|-1)$ auf der Geraden *g* durch die Punkte $A(7|0|4)$ und $B(12|-3|9)$ liegt.
7.2 Prüfen Sie, ob die drei Punkte $A(2|-1|-1)$, $B(1|0|1)$ und $C(3|6|7)$ ein Dreieck bilden.
7.3 Wie könnte man eine Strecke (einen Strahl) mithilfe einer Parametergleichung ausdrücken? Begründen Sie.

8 Der Graph einer quadratischen Funktion *f* verläuft durch den Koordinatenursprung. Die Tangente an diesen Graphen im Punkt $(2|f(2))$ hat die Gleichung $y = 4 \cdot x - 2$.
Bestimmen Sie einen Funktionsterm von *f*.

9 Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten ganzrationalen Funktionen $f_k: x \mapsto x^4 + (2-k) \cdot x^3 - k \cdot x^2$ mit $k \in \mathbb{R}$.

9.1 Begründen Sie, dass der Graph von f_2 symmetrisch bezüglich der *y*-Achse ist.

9.2 Es gibt einen Wert von *k*, für den 1 eine Wendestelle von f_k ist.
Berechnen Sie diesen Wert von *k*.

Quellen: nach Lambacher/Schweizer 11/12 Mathematik für Gymnasien Sachsen 2005

Schwerpunkt 2: Aufgaben mit HM

1 Gegeben sind die beiden Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ -1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ b \\ c \end{pmatrix}$.

Für welche Werte von b und c

a) sind die Geraden g und h zueinander parallel,

b) schneiden sich g und h im Punkt $P(-13|4|-10)$?

2 Gegeben sind die Gerade $g: x = \begin{pmatrix} 0{,}5 \\ 2 \\ -4 \end{pmatrix} + k \cdot \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 2 \end{pmatrix}$ und für $t \in \mathbb{R}$ der Punkt $P_t(1|2t+5|-10-4t)$.

Bestimmen Sie eine Gleichung der Geraden h, auf der alle möglichen Punkte P_t liegen.

Wie liegen die Geraden g und h zueinander?

3 Ein 200 m hoher Sendemast steht im Punkt $F(40|-30|0)$ senkrecht auf einer ebenen Bodenfläche, die in der x_1x_2-Ebene liegt (Angaben in m).

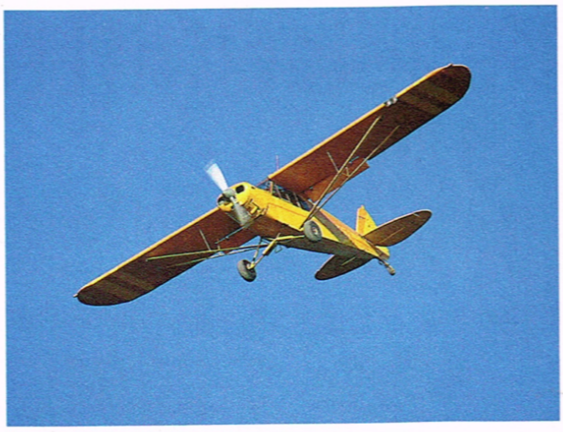
Der Sendemast wird von der Sonne beschienen und wirft einen Schatten auf die Bodenfläche.

a) Die Sonnenstrahlen, die man als zueinander parallel annehmen kann, fallen in Richtung des Vektors $\vec{v} = \begin{pmatrix} 30 \\ 30 \\ -50 \end{pmatrix}$ ein.

In welchem Punkt S endet der Schatten des Sendemastes?

b) Wie lang ist der Schatten?

4 Von einem Flugplatz, der in der x_1x_2-Ebene liegt, hebt ein Sportflugzeug im Punkt $A(4|1|0)$ von der Startbahn ab. Es fliegt in den ersten drei Minuten auf einem Kurs, der annähernd durch die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 4 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 18 \\ 14 \\ 3 \end{pmatrix}$ (r in Minuten ab dem Abheben), beschrieben werden kann. Die Längeneinheit beträgt 100 m. Nach drei Minuten ändert der Pilot seinen Kurs und fliegt in den nächsten 20 Minuten ohne weitere Kursänderung pro Minute um den Vektor $\vec{u} = \begin{pmatrix} 22 \\ 19 \\ 1{,}2 \end{pmatrix}$ weiter.



a) Mit welcher Geschwindigkeit hebt die Maschine vom Boden ab? In welchem Punkt befindet sich das Flugzeug 10 Minuten nach dem Abheben?

Welche Geschwindigkeit hat es zu diesem Zeitpunkt?

b) Ein zweites Flugzeug befindet sich in dem Moment, in dem das Sportflugzeug in A abhebt, im Punkt $B(220|-180|32)$. Es bewegt sich über längere Zeit pro Minute um den Vektor $\vec{v} = \begin{pmatrix} 14 \\ 25 \\ 0 \end{pmatrix}$ weiter.

Wie weit sind die beiden Flugzeuge 10 Minuten nach dem Abheben des Sportflugzeugs voneinander entfernt?

c) Untersuchen Sie, ob es zu einer Kollision kommen könnte, wenn die beiden Flugzeuge ihren Kurs beibehalten.

x_1

Quellen: nach Lambacher/Schweizer 11/12 Mathematik für Gymnasien Sachsen 2005