Mein Ma-ABI $2^{10}+10^3$	THEMA: Aufgaben B-Teil Schwerpunkt B2	Aufgabe 2 HM: GTR/TW

auch erhältlich auf www.maphyside.de

Die normale Entwicklung der Körpermasse eines Hundes kleiner Rasse kann für positive reelle Werte von k durch die Funktion m_k mit $m_k(t)=\frac{9}{1+35\cdot e^{-k\cdot t}}$ $(t\in\mathbb{R}, t\geq 0)$ beschrieben werden.

Dabei gilt: t .....Zeit nach der Geburt des Hundes kleiner Rasse in Monaten #

$m_k(t)$ .....Körpermasse des Hundes kleiner Rasse in Kilogramm zur Zeit t

Für $k=0{,}9$ wird die normale Entwicklung der Körpermasse von Rauhaardackeln beschrieben.

1.1 Geben Sie die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung zur Geburt an.

Zeigen Sie, dass die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung in den ersten fünf Lebensmonaten ungefähr auf das 26-fache seiner Körpermasse zur Geburt zunimmt.

Ermitteln Sie, ab welcher Zeit nach der Geburt die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung mindestens 4,6 kg beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

1.2 Es gibt zwei Zeiten t_1 und t_2 nach der Geburt eines Rauhaardackels, für die gilt:

Die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung nimmt ab den Zeiten t_1 und t_2 in den jeweils darauffolgenden zwei Monaten um den gleichen Wert von 2,0 kg zu.

Bestimmen Sie diese Zeiten t_1 und t_2.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.3 Ermitteln Sie, zu welcher Zeit nach der Geburt die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung am stärksten zunimmt.

Geben Sie die stärkste Zunahme an.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

1.4 Begründen Sie, dass die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung während seines gesamten Lebens zunimmt.

Weisen Sie nach, dass die Körpermasse eines Rauhaardackels bei normaler Entwicklung 9,0 kg nicht überschreitet.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.5 Der Wert von k beeinflusst Eigenschaften der Funktion bzw. des Graphen der Funktion m_k.

Geben Sie eine durch den Wert von k beeinflusste Eigenschaft an.

Geben Sie zwei durch den Wert von k nicht beeinflusste Eigenschaften an.

Geben Sie einen Wert von k an, für den bei normaler Entwicklung die Körpermasse zu jeder Zeit nach der Geburt größer ist als die von Rauhaardackeln.
Begründen Sie Ihre Angabe.

Ermitteln Sie den Wert von k, für den ein Hund kleiner Rasse bei normaler Entwicklung drei Monate nach der Geburt eine Körpermasse von 4,0 kg besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 09

1.6 Zur Beschäftigung von Hunden gibt es kleine, elastische und mit einem Hohlraum versehene Kunststoffbälle, in denen sich Dinge verstecken lassen.

Zur Beschreibung der Form eines Kunststoffballs kann folgendes Modell genutzt werden:

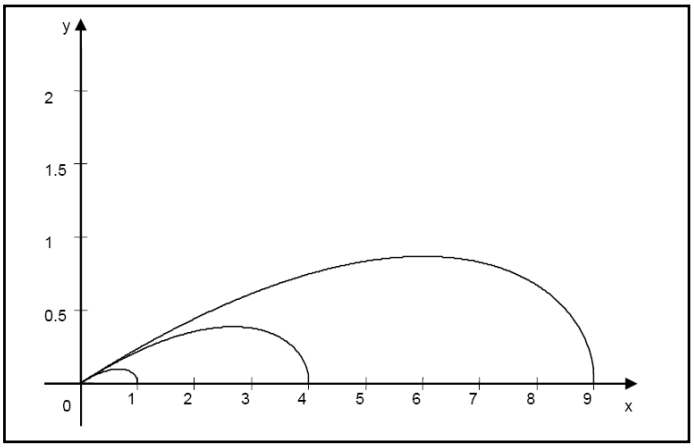
In einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Zentimeter) begrenzen die Graphen der Funktionen g mit $g(x)=\sqrt{12,25-x^2}$ $\left(x\in D_g\right)$ und h mit $h(x)=0,01\cdot x^4-0,20\cdot x^2+2,00$ $\left(x\in D_h\right)$ eine Fläche vollständig. Durch Rotation dieser Fläche um die Abszissenachse entsteht ein Körper, der annähernd die Form eines Kunststoffballs hat.

Bestimmen Sie die Masse eines solchen Kunststoffballs, wenn der verwendete Kunststoff eine mittlere Dichte von $0,92\,\frac{\text{g}}{\text{cm}^3}$ besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 07

2 Ein stromlinienförmiger Auftriebskörper wird durch Rotation eines Graphen der Schar der Funktionen f_k mit

$f_k(x)=\frac{x}{4\cdot k}\cdot\sqrt{k^2-x}$ $\left(x\in\mathbb{R};0\le x\le k^2;k>0\right)$ um die x-Achse beschrieben.



2.1 Ermitteln Sie den Wert von k so, dass das Volumen des Rotationskörpers $\frac{64\cdot\pi}{192}$ beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.2 Berechnen Sie den maximalen Durchmesser des Rotationskörpers in Abhängigkeit von k.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.3 Bei Annäherung an $x = 0$ läuft der Rotationskörper spitz zu.
Berechnen Sie die Größe des Winkels, den die Tangente an den Graphen von f_k mit der x-Achse für $x \to 0$ bildet.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.4 Bei Rotation um die x-Achse und bei homogener Massenverteilung liegt der Schwerpunkt des Rotationskörpers aus Symmetriegründen auf der x-Achse.

Für seine Abszisse x_S gilt: $x_s=\frac{\pi\cdot\int_a^b x\cdot\left(f_k(x)\right)^2\,\text{dx}}{V}$, wobei V das Volumen des Rotationskörpers ist.

Berechnen Sie x_S für den Auftriebskörper.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

2.5 In den Rotationskörper, der von f_k für $k=3$ erzeugt wurde, soll ein Zylinder mit dem Radius 0,5 und der Höhe 6 untergebracht werden.
Prüfen Sie, ob dieser Zylinder in den Rotationskörper hineinpasst.
Begründen Sie Ihre Entscheidung.

Erreichbare BE-Anzahl: 06

Mein Ma-ABI $2^{10}+10^{3}$	THEMA: Schwerpunkt B2	langfristige Aufgabe 2 HM: GTR/TW	Lösungen

1.1 *Körpermasse: 0,25 kg (2 BE); Nachweis (3 BE); Zeit:* $\approx 4{,}00$ *Monate nach der Geburt*

1.2 t_1 *und* t_2 *:* $\approx 0{,}92$ *und* $\approx 4{,}98$ *Monate nach der Geburt*

1.3 *(Zeit:* $\approx 3{,}95$ *Monate nach der Geburt; stärkste Zunahme:* $\approx 2{,}03$ *Kilogramm pro Monat(2 BE))*

1.4

1.5 *ein Wert von k; Begründung (2 BE); Wert von k :* $k \approx 1{,}1$ *(3 BE)*

1.6 Masse: $\approx 118{,}5\,\text{g}$

2.1 $k = 2$

2.2 $d = \frac{k^2}{9} \cdot \sqrt{3}$

2.3 $\alpha \approx 14°$

2.4 $d = \frac{3}{5} \cdot k^2$

2.5 *Körper passt hinein; Begründung durch Rechnung*