Lösungen

Basiswissen Teil A - ohne Hilfsmittel

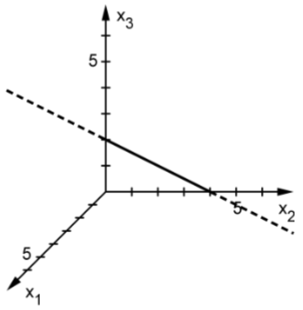
zu 1

a) Feld 2 b) Feld 4 c) Feld 1 d) Feld 3

zu 2

a)	Die Abbildung stellt einen Graphen von g dar. Der abgebildete Graph besitzt zwei Extrempunkte und kann daher nicht der Graph der quadratischen Funktion f sein. Der Graph der geraden Funktion h ist symmetrisch zur y-Achse, der dargestellte Graph nicht.	3
b)	$\int_0^1 h'(x)\,dx = [h(x)]_0^1 = [x^4 + x^2 + 1]_0^1 = 3$	2

zu 3

a)		3
b)	$2 + 2\cdot\lambda + 1 - \lambda + 2\cdot(-2 - 3\cdot\lambda) = 4 \Leftrightarrow \lambda = -1$ Damit: $(0\vert 2\vert 1)$	2

zu 4

a)	$P(X=1) = \binom{2}{1} \cdot \frac{3}{4} \cdot \frac{1}{4} = \frac{3}{8}$	2
b)	$P(X=1) = \frac{3}{8} \Leftrightarrow \binom{2}{1} \cdot p \cdot (1-p) = \frac{3}{8} \Leftrightarrow p^2 - p + \frac{3}{16} = 0$	3

zu 5*

a)	Graph II Graph I liegt für $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ oberhalb der x-Achse. Würde Graph I die Ableitungsfunktion darstellen, so wäre Graph II für $\frac{\pi}{2} \le x \le \frac{3\pi}{2}$ streng monoton steigend. Da dies nicht der Fall ist, stellt Graph II die Ableitungsfunktion dar.	2
b)	$\int_0^{\pi} k \cdot \sin(x)dx = [-k \cdot \cos(x)]_0^{\pi} = 2 \cdot k,\ 2 \cdot k = \frac{1}{2} \Leftrightarrow k = \frac{1}{4}$	3

zu 6*

a)	Schnittpunkte: $(-9\,\vert\,0\,\vert\,0)$, $(0\,\vert\,-18\,\vert\,0)$ Flächeninhalt: $\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 18=81$	2
b)	Jeder Normalenvektor von E lässt sich in der Form $r\cdot\begin{pmatrix}2\\1\\-2\end{pmatrix}$ mit $r\neq 0$ darstellen. Ist ein derartiger Vektor der Ortsvektor eines Punktes der Ebene E, so gilt: $2\cdot 2\cdot r+r-2\cdot(-2\cdot r)=-18$. Folglich gilt: $r=-2$. Gesuchter Vektor: $\begin{pmatrix}-4\\-2\\4\end{pmatrix}$	3

zu 7*

a)	$P(X=3)=\binom{5}{3}\cdot\left(\frac{3}{4}\right)^2\cdot\left(\frac{1}{4}\right)^3$	2
b)	Mit $P(Y=15)=P(Y=12)$ ergibt sich: $P(Y=14)=P(Y\leq 15)-P(Y=15)-P(Y\leq 13)\approx 0{,}78-0{,}13-0{,}5=0{,}15$	3

Lösungen

Teil B – mit Hilfsmitteln

zu 1

a) $P(\text{A}) = \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} = \frac{2}{19}$; $P(\text{B}) = 6 \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{6}{19} \cdot \frac{4}{18} = \frac{4}{19}$ **04 BE**

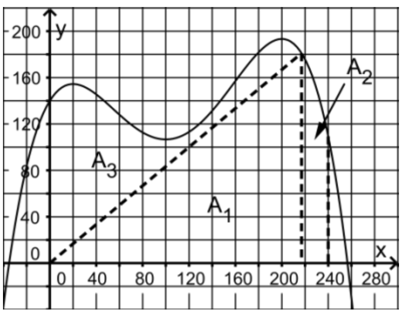
b) $3 \cdot \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{10}{18} + \frac{10}{20} \cdot \frac{9}{19} \cdot \frac{8}{18} = \frac{1}{2}$
Die Aussage ist wahr. **03 BE**

c) Y: Anzahl der Büroklammern mit einem Mangel
$E(Y) = 100 \cdot 0{,}05 = 5$, $P_{0,05}^{100}(Y \geq 10) \approx 0{,}0282$ **04 BE**

zu 2

a) $\int_0^k f(x)\mathrm{d}x = \int_k^{240} f(x)\mathrm{d}x$ liefert $k \approx 135{,}5$, d. h. die Gerade wird näherungsweise durch die Gleichung $x = 135{,}5$ beschrieben. **04 BE**

b)

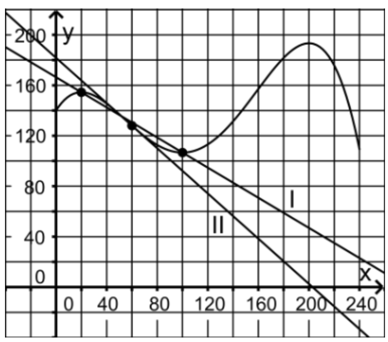


Es gilt: $A_1 + A_2 = \frac{2}{3} \cdot (A_1 + A_2 + A_3)$ **04 BE**

c) Mithilfe des Graphen von f und der Gerade mit der Gleichung $y = 170$ ergibt sich, dass Glukosewerte über $170\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ zwischen etwa 170 Minuten und 223 Minuten nach Beobachtungsbeginn und damit etwa 53 Minuten lang gemessen wurden.
03 BE

d) $f''(x) = 0 \land f'''(x) < 0$ liefert: $x \approx 158{,}7$
Da $f'(0) = 1{,}6$ und $f'(158{,}7) \approx 1{,}3$, steigt der Glukosewert zu Beobachtungsbeginn am stärksten an. **04 BE**

e)



I: mittlere Änderungsrate des Glukosewerts im Zeitraum von 20 Minuten bis 100 Minuten nach Beobachtungsbeginn

II: momentane Änderungsrate des Glukosewerts 60 Minuten nach Beobachtungsbeginn **04 BE**

f) Mit $|f'(x)| \leq 0{,}3$ ergibt sich, dass die momentane Änderungsrate des Glukosewerts in folgenden Zeiträumen zwischen den angegebenen Werten lag:
- von etwa 15,2 Minuten bis etwa 25,8 Minuten
- von etwa 90,3 Minuten bis etwa 109,3 Minuten
- von etwa 195,5 Minuten bis etwa 203,9 Minuten

Damit liegt die momentane Änderungsrate etwa 38 Minuten lang im angegebenen Bereich. **04 BE**

g) Mittelwert aller Glukosewerte: $\frac{1}{80} \cdot \int_{20}^{100} f(x)\mathrm{d}x \approx 129{,}2$

Mittelwert derjenigen Glukosewerte, die im angegebenen Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten gemessen wurden:

$\frac{1}{9} \cdot (f(20) + f(30) + \ldots + f(10)) \approx 129{,}3$

Der Mittelwert aller Glukosewerte ist etwa 0,1 % kleiner. **05 BE**