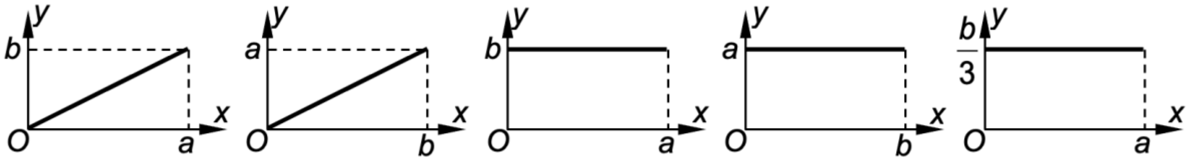
Basiswissen Teil A - ohne Hilfsmittel

1a) Die Fläche zwischen einer Strecke und der x-Achse rotiert um die x-Achse. Der dabei entstehende Körper hat das Volumen $V=\frac{1}{3}\cdot\pi\cdot a^2\cdot b$.

Welche Abbildung passt zu diesem Sachverhalt?

☐ ☐ ☐ ☐ ☐



b) Das bestimmte Integral $\int_{-1}^{1}(x+1)\,\mathrm{d}x$ hat den Wert:

☐	☐	☐	☐	☐
-4	-2	0	2	4

c) In einem kartesischen Koordinatensystem verläuft die Ebene E orthogonal zur Geraden g mit $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}1\\1\\3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}0\\1\\-2\end{pmatrix}$ $(t\in\mathbb{R})$. Der Punkt $A(1\,|\,0\,|\,2)$ liegt in E. Die Ebene E verläuft

☐ parallel zur x-Achse.

☐ senkrecht zur x-Achse.

☐ parallel zur y-z-Ebene.

☐ senkrecht zur x-y-Ebene.

☐ durch den Koordinatenursprung.

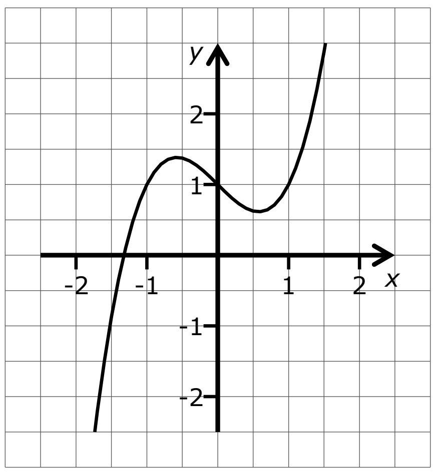
d) Für welchen Wert t ist der Vektor $\begin{pmatrix}2\cdot t\\3\\-1\end{pmatrix}$ ein Normalenvektor der Ebene mit der Gleichung $24\cdot x+9\cdot y-3\cdot z=31$?

☐	☐	☐	☐	☐
$t=-1$	$t=0$	$t=3$	$t=4$	$t=5$

2 Gegeben sind die in $\mathbb{R}$ definierten Funktionen f, g und h durch $f(x)=x^2-x+1$, $g(x)=x^3-x+1$ und $h(x)=x^4+x^2+1$.

a) Die Abbildung zeigt den Graphen einer der drei Funktionen.
Geben Sie an, um welche Funktion es sich handelt.
Begründen Sie, dass der Graph die anderen beiden Funktionen nicht darstellt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03



b) Die erste Ableitungsfunktion von h ist h'.

Bestimmen Sie den Wert von $\int_{0}^{1}h'(x)\,\mathrm{d}x$.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017 - 2025 & Abitur Baden-Württemberg)

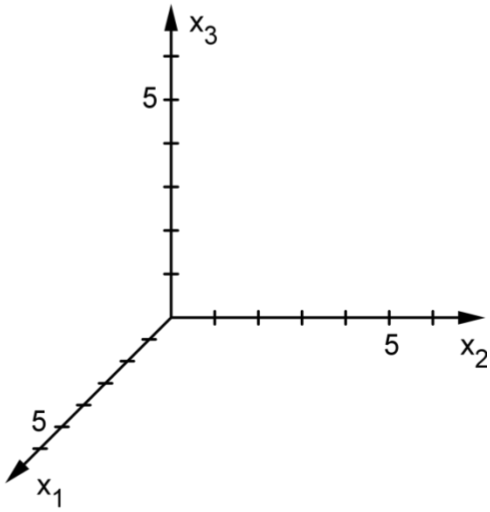
3 Gegeben sind die Ebene $E: x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 = 4$ und die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ -1 \\ -3 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$.

a) Zeichnen Sie in die Abbildung die Schnittgerade von E mit der $x_2 - x_3$–Ebene ein.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

b) Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunkts von E und g.

Erreichbare BE-Anzahl: 02



4 Betrachtet wird ein Bernoulli-Experiment mit unbekannter Trefferwahrscheinlichkeit p. Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass bei zweimaliger Durchführung dieses Bernoulli-Experimentes genau ein Treffer erzielt wird, beträgt $\frac{3}{8}$.

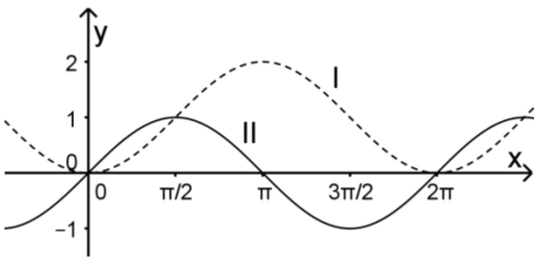
a) Zeigen Sie, dass $\frac{3}{4}$ ein möglicher Wert der Trefferwahrscheinlichkeit p ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Weisen Sie nach, dass für alle möglichen Werte der Trefferwahrscheinlichkeit p die Gleichung $p^2 - p + \frac{3}{16} = 0$ gilt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

5* Die Abbildung zeigt die Graphen einer Funktion und deren erster Ableitungsfunktion.



a) Geben Sie an, welcher der beiden Graphen I und II die Ableitungsfunktion darstellt, und begründen Sie Ihre Angabe.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Für einen Wert von k mit $k \in \mathbb{R}^+$ wird die in $\mathbb{R}$ definierte Funktion f mit $f(x) = k \cdot \sin(x)$ betrachtet. Für $0 \le x \le \pi$ schließt der Graph von f mit der x-Achse ein Flächenstück mit dem Inhalt $\frac{1}{2}$ ein. Bestimmen Sie den Wert von k.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

6* Gegeben ist die Ebene $E: 2 \cdot x_1 + x_2 - 2 \cdot x_3 = -18$.

a) Der Schnittpunkt von E mit der x_1-Achse, der Schnittpunkt von E mit der x_2-Achse und der Koordinatenursprung sind die Eckpunkte eines Dreiecks.

Bestimmen Sie den Flächeninhalt dieses Dreiecks.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Ermitteln Sie die Koordinaten des Vektors, der sowohl ein Normalenvektor von E als auch der Ortsvektor eines Punktes der Ebene E ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

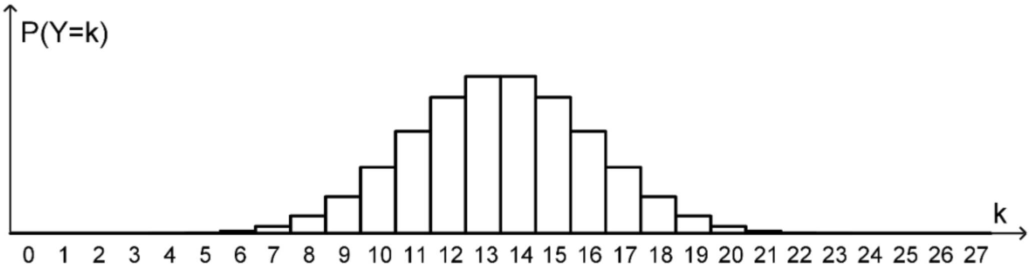
7* Die Zufallsgröße X ist binomialverteilt; die Trefferwahrscheinlichkeit beträgt $\frac{1}{4}$.

Vervollständigen Sie die folgende Gleichung zur Berechnung einer Wahrscheinlichkeit:

$$P(X = \quad) = \binom{\quad}{\quad} \cdot \left(\frac{\quad}{\quad}\right)^2 \cdot \left(\frac{1}{4}\right)^3$$

Erreichbare BE-Anzahl: 02

a) Die Zufallsgröße Y ist binomialverteilt mit den Parametern $n = 27$ und $p = 0{,}5$.
Die Abbildung zeigt die Wahrscheinlichkeitsverteilung von Y.



b) Gegeben sind die Wahrscheinlichkeiten $P(Y \leq 15) \approx 0{,}78$ und $P(Y = 12) \approx 0{,}13$.
Berechnen Sie damit einen Wert für die Wahrscheinlichkeit $P(Y = 14)$.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

Teil B - mit Hilfsmittel

1 In einer Packung befinden sich zehn blaue, sechs grüne und vier weiße Büroklammern. Dieser Packung werden drei Büroklammern nacheinander ohne Zurücklegen zufällig entnommen.

a) Berechnen Sie jeweils die Wahrscheinlichkeit der folgenden Ereignisse.

Ereignis A: Alle entnommenen Büroklammern sind blau.
Ereignis B: Unter den entnommenen Büroklammern ist von jeder Farbe eine.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

b) Beurteilen Sie folgende Aussage:

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter den entnommenen Büroklammern mindestens zwei blaue Büroklammern sind, ist genauso groß wie die Wahrscheinlichkeit dafür, weniger als zwei blaue zu entnehmen.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

c) Erfahrungsgemäß weisen 5 % aller hergestellten Büroklammern einen Mangel auf. Es wird angenommen, dass in einer zufälligen Auswahl von Büroklammern die Anzahl der Büroklammern, die einen Mangel aufweisen, binomialverteilt ist.

Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass unter 100 zufällig ausgewählten Büroklammern mindestens doppelt so viele Büroklammern einen Mangel aufweisen, wie zu erwarten ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

Anmerkung: Die Aufgabe 2 steht bereits im Übungsblatt zur Klausur 1, passt aber ebenso gut zur Vorbereitung auf die Klausur 2.

2 Gegeben ist die reelle Funktion $f: x \mapsto -\frac{1}{10^6}x^4 + \frac{4}{9375}x^3 - \frac{13}{250}x^2 + \frac{8}{5}x + 140$.

Der Graph von f schließt mit den Koordinatenachsen und der Gerade mit der Gleichung $x = 240$ ein Flächenstück ein.

a) Bestimmen Sie eine Gleichung der Gerade, die parallel zur y-Achse verläuft und dieses Flächenstück halbiert. Erreichbare BE-Anzahl: 04

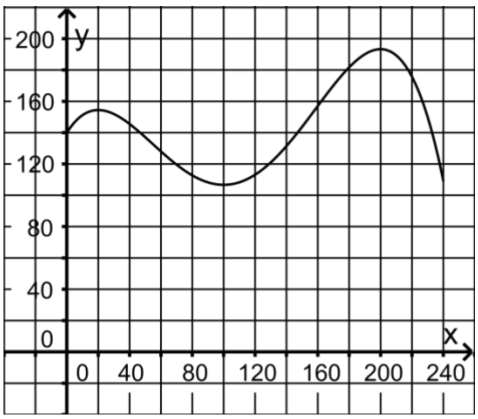
b) Die folgende Aussage bezieht sich auf eine zweite Gerade, die das Flächenstück teilt:

$$\text{Für } u \approx 217 \text{ gilt: } \frac{1}{2} \cdot u \cdot f(u) + \int_u^{240} f(x)\,dx = \frac{2}{3} \cdot \int_0^{240} f(x)\,dx$$

Veranschaulichen Sie die Aussage unter Verwendung einer geeigneten Skizze.

Diabetespatientinnen und -patienten haben die Möglichkeit, mithilfe sogenannter CGM-Geräte ihren Glukosewert, d. h. den Anteil der Glukose im Blut, ständig zu messen.

Die gegebene Funktion f beschreibt für $0 \le x \le 240$ modellhaft die Entwicklung des Glukosewerts eines Patienten. Dabei ist x die seit Beobachtungsbeginn vergangene Zeit in Minuten und $f(x)$ der Glukosewert in Milligramm pro Deziliter $\left(\frac{\text{mg}}{\text{dl}}\right)$.
Die Abbildung zeigt den Graphen von f.



c) Hohe Glukosewerte über längere Zeit gelten als Risikofaktor.

Ermitteln Sie für den betrachteten Zeitraum, wie lange Glukosewerte über $170\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ gemessen wurden. Erreichbare BE-Anzahl: 03

d) Berechnen Sie für den betrachteten Zeitraum denjenigen Zeitpunkt, zu dem der Glukosewert am stärksten ansteigt. Erreichbare BE-Anzahl: 04

e) Veranschaulichen Sie jeden der folgenden Terme in der Abbildung durch eine Gerade und geben Sie jeweils die Bedeutung des Terms im Sachzusammenhang an:

I $\frac{f(100) - f(20)}{100 - 20}$ II $\lim_{x \to 60} \frac{f(60) - f(x)}{60 - x}$

Erreichbare BE-Anzahl: 04

f) Ermitteln Sie für den betrachteten Zeitraum, wie lange die momentane Änderungsrate des Glukosewerts insgesamt zwischen $-0{,}3\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ pro Minute und $+0{,}3\,\frac{\text{mg}}{\text{dl}}$ pro Minute lag.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

g) Der Mittelwert der Funktionswerte von f für $x \in [a\,;b]$ kann mit dem folgenden Term berechnet werden: $\frac{1}{b-a} \cdot \int_a^b f(x)\,\mathrm{d}x$

Berechnen Sie damit für den Zeitraum von 20 Minuten bis 100 Minuten nach Beobachtungsbeginn den Mittelwert aller Glukosewerte.

Bestimmen Sie dessen prozentuale Abweichung vom Durchschnittswert derjenigen Glukosewerte, die in diesem Zeitraum im Abstand von jeweils zehn Minuten, beginnend mit dem Zeitpunkt 20 Minuten nach Beobachtungsbeginn, gemessen wurden.

Erreichbare BE-Anzahl: 05

Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017 - 2025 & Abitur Baden-Württemberg)