Lösungen

Basiswissen Teil A

zu 1

a) $k(x) = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot e^{-2x}$ $K(x) = x^3 + 6 \cdot e^{-2x}$

b) Feld 4

zu 2

SP x-Achse $x_{01} = 2$, $x_{02} = -2$

2 $3 = \int_{-2}^{2} (ax^2 - 4a)\,dx$

$3 = \frac{1}{3}ax^3 - 4ax \Big|_{-2}^{2}$

$9 = -32a$

$a = -\frac{9}{32}$

zu 3

a) Da $e^x \neq 0$ für alle $x \in IR$, werden die Nullstellen der Funktion durch folgenden Ansatz berechnet:

$2 \cdot x + x^2 = 0$

$x \cdot (2 + x) = 0$

$x_1 = 0;\ x_2 = -2$

b) Damit F eine Stammfunktion von f ist, muss gelten: $F'(x) = f(x)$

Mithilfe der Produktregel ergibt sich:

$F'(x) = 2 \cdot x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x \cdot (2 \cdot x + x^2) = f(x)$

Somit ist F eine Stammfunktion von f.

Es ist $G(x) = x^2 \cdot e^x + c$, wobei $c \in IR$. Damit ist $x^2 \cdot e^x + c = 2e$ für $x = 1$ zu lösen.

Für $c = e$ ergibt sich die gewünschte Bedingung.

zu 4 Darstellung 4

Aufgabe 5

a) $F(5) - F(1) \approx -1{,}3 - 1{,}7 = -3$

b) Man könnte die Anzahl der Kästchen bestimmen, die der Graph von f für $1 \le x \le 5$ mit der x-Achse einschließt. Multipliziert man die Anzahl der Kästchen mit 0,25 und mit -1, so erhält man den gesuchten Wert.

zu 6 Feld 2

zu 7 Feld 2

zu 8

a) Nachweis

b) Ansatz für Geldbetrag V (2 BE)
Geldbetrag V: $V = 9$ €

zu 9 Wie immer bei statistischen Untersuchungen verwendet man die ermittelten relativen Häufigkeiten als (sogenannte empirische) Wahrscheinlichkeiten.
Daher gilt:

$P(A) = \frac{471+151}{1000} = 0{,}622$,

$P(B) = \frac{471+148}{1000} = 0{,}619$ und

$P(A \cap B) = \frac{471}{1000} = 0{,}471$.

Es folgt $P(A) \cdot P(B) = 0{,}622 \cdot 0{,}619 \approx 0{,}385$

Obwohl man bei statistischen Untersuchungen mit Abweichungen rechnen muß, kann man dennoch sagen, daß $P(A \cap B) \neq P(A) \cdot P(B)$ ist, d.h. A und B muß man als abhängige Ereignisse ansehen.

Die Vererbung ist also mit im Spiel!

Quellen: nach Poolaufgaben Abitur Ma 2017/Sachsen NT 2014

Teil B - mit Hilfsmittel

zu 2

Skizzierung der Lösung

Teil a)

$f(x) = ax^2 + b$, weil die Parabel symmetrisch zur y-Achse ist.
$f(0) = 36$, da das Gebäude 36 m hoch ist.
$f(36) = 0$, weil es doppelt so breit wie hoch ist.

$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{36}x^2 + 36$

Teil b)

Extremalbed.: $A = a \cdot b$ soll maximal werden.
Nebenbed.: $a = 2x$, $b = f(x)$, $x \geq 0$

Zielfunktion: $A(x) = -\frac{1}{18}x^3 + 72x$

notwendige. Bed. für Extrema: $A'(x) = 0$

$-\frac{1}{6}x^2 + 72 = 0 \Leftrightarrow x_E = 20{,}7846$ (weil $x \geq 0$)

hinreichende Bed. für Extrema:
$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(x) = -\frac{1}{3}x;\quad A''(20{,}7846) < 0 \Rightarrow$ Der Graph von A ist an der Stelle x_E rechtsgekrümmt, es liegt ein Hochpunkt vor.

$a = 41{,}569$ m, $b = 24$ m, $A(x_E) = 997{,}66\,\text{m}^2$

$V_B = 997{,}66\,\text{m}^2 \cdot 140\,\text{m} = 139\,672{,}4\,\text{m}^3$

Teil c)

Volumen für den Raum zwischen dem gewölbten Glasdach und dem quaderförmigen Bürogebäude:

$$A_{Rest} = \int_{-20{,}78}^{20{,}78} \left(f(x) - 24\right)dx = 332{,}55\,\text{m}^2$$

$$V_{Rest} = 332{,}55\,\text{m}^2 \cdot 140\,\text{m} = 46\,557\ \text{m}^3$$

zu 3

a) $P(Ausschuss) = 0{,}03 \cdot 0{,}2 + 0{,}05 \cdot 0{,}2 + 0{,}04 \cdot 0{,}6 = 0{,}04$

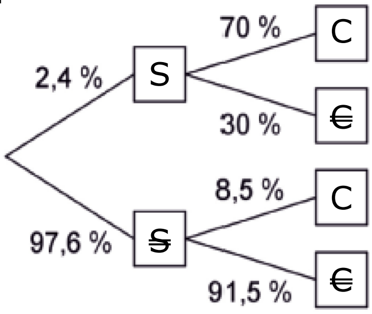
b) $P(Maschine1) = \frac{0{,}03 \cdot 0{,}2}{0{,}04} = 0{,}15$ $\quad P(Maschine2) = \frac{0{,}05 \cdot 0{,}2}{0{,}04} = 0{,}25$

$P(Maschine3) = \frac{0{,}04 \cdot 0{,}6}{0{,}04} = 0{,}6$

c) $E(Ausschuss) = 113 \cdot 0{,}04 \approx 4{,}5$

zu 4

a)



S...Der Lehrer ist an „Schwangeritis" erkrankt.

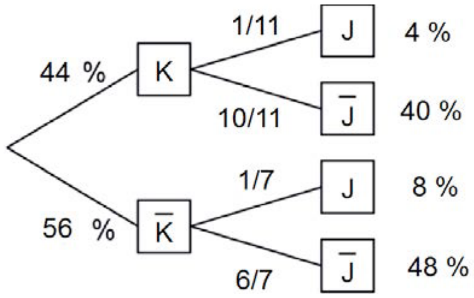
C...Der Lehrer hat als Zweitfach „Chemie".

b) $\frac{0{,}024 \cdot 0{,}7}{0{,}024 \cdot 0{,}7 + 0{,}976 \cdot 0{,}085} \approx 16{,}8\,\%$

zu 5

a) J: „Die befragte Person ist Jungwähler."
K: „Die befragte Person hat sich bereits für einen Kandidaten entschieden."

	J	$\overline{J}$	
K	4 %	40 %	44 %
$\overline{K}$	8 %	48 %	56 %
	12 %	88 %	100 %



b) Die zu vergleichenden bedingten Wahrscheinlichkeiten lassen sich leicht aus der Vierfeldertafel entnehmen:

$$P_J\left(\overline{K}\right) = \frac{0{,}08}{0{,}12} \approx 66{,}7\,\%\,,\ P_{\overline{J}}\left(\overline{K}\right) = \frac{0{,}48}{0{,}88} \approx 54{,}5\,\%$$

Da die älteren Wähler unter den nicht entschiedenen Wahlberechtigten einen erheblich größeren Anteil bilden (48 % gegenüber 8 %), wäre es nicht sinnvoll, sich auf die jüngeren Wahlberechtigten zu konzentrieren.

zu 6

a) S: „Die Person erledigt Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet."
W: „Die Person ist weiblich."

	S	$\overline{S}$	
W	19,68 %	29,52 %	49,20 %
$\overline{W}$	27,42 %	23,38 %	50,80 %
	47,10 %	52,90 %	100 %

b) $19{,}68\,\% + 23{,}38\,\% = 43{,}06\,\%$

c) $P_W(S) = \dfrac{19{,}68\,\%}{49{,}20\,\%} = 40\,\%$