Lösungen

Teil A

Aufgabe 1

a) $b(x) = 3 \cdot x^2 - 12 \cdot e^{-2x}$ $\quad B(x) = x^3 + 6 \cdot e^{-2x}$

b) Feld 4

Aufgabe 2

SP x-Achse $x_{01} = 2$ $x_{02} = -2$

$$3 = \int_{-2}^{2} (ax^2 - 4a)\,dx$$

$$3 = \frac{1}{3}ax^3 - 4ax \Big|_{-2}^{2}$$

$$9 = -32a$$

$$a = -\frac{9}{32}$$

Aufgabe 3

a) Da $e^x \neq 0$ für alle $x \in IR$, werden die Nullstellen der Funktion durch folgenden Ansatz berechnet:

$$2 \cdot x + x^2 = 0$$

$$x \cdot (2 + x) = 0$$

$$x_1 = 0;\ x_2 = -2$$

b) Damit F eine Stammfunktion von f ist, muss gelten: $F'(x) = f(x)$

Mithilfe der Produktregel ergibt sich:

$$F'(x) = 2 \cdot x \cdot e^x + x^2 \cdot e^x = e^x \cdot (2 \cdot x + x^2) = f(x)$$

Somit ist F eine Stammfunktion von f.

Es ist $G(x) = x^2 \cdot e^x + c$, wobei $c \in IR$. Damit ist $x^2 \cdot e^x + c = 2e$ für $x = 1$ zu lösen.

Für $c = e$ ergibt sich die gewünschte Bedingung.

Aufgabe 4

Ermitteln der Funktionsgleichungen/Grenzen aus der Abbildung

- obere Funktion *f*: $f(x) = -x^2 + 4$ untere Funktion *g*: $g(x) = -x + 2$
- *x*-Werte der Schnittpunkte als Integrationsgrenzen: $x_1 = -1$; $x_2 = 2$

Ansatz: $\int_{-1}^{2} [(-x^2 + 4) - (-x + 2)]\,dx = -\frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 2x \Big|_{-1}^{2} = 4{,}5$

Aufgabe 5

Lösung: Darstellung 4

Komplexaufgabe Teil B - mit Hilfsmittel

a) Nachweis z.B. Einsetzen der Punkte P_1 (-20|8,5); P_2 (20|8,5); P_3 (0|10) in $g(x)$ (3 BE)
Abstand $f(x) - g(x)$ an der Stelle $x = 0{,}0:\ 2{,}5\,\text{m}$ **04 BE**

b) Ansatz für Anstieg an x = -20,0 (GTR – SKETCH – Tang in x = -20)
Anstieg: $m = 0{,}1875 < 0{,}2$
Aussage: Die Behauptung ist falsch. **03 BE**

c) Ansatz für Inhalt der Querschnittsfläche des Teilstücks
$$\int_{-20}^{20} f(x)\,dx - \int_{-20}^{20} g(x)\,dx = 475\,\text{m}^2 - 380\,\text{m}^2 = 95\,\text{m}^2$$
Inhalt der Querschnittsfläche des Teilstücks
$475\,\text{m}^2 - 380\,\text{m}^2 = 95\,\text{m}^2$
Ansatz für Volumen des Teilstücks
$V = A_G \cdot h$
Volumen des Teilstücks
$V = 7125\ \text{m}^3$
Volumen des Betons: $V \cdot 0{,}77 \approx 5490\,\text{m}^3$
Ansatz Bogenlänge: $\ell = \int_{-20}^{20} \sqrt{1 + \left[f'(x)\right]^2}\,dx$
$\ell = 40{,}23\,\text{m}$ **07 BE**

d) Ansatz für eine Gleichung der Funktion h
eine Gleichung der Funktion h: z. B. $y = h(x) = \frac{1}{4} \cdot x - 5$
Ansatz für eine Länge
eine Länge: $\approx 10{,}4\,\text{m}$ oder $\approx 5{,}6\,\text{m}$ **04 BE**

Anwendungsaufgaben - mit Hilfsmitteln

Aufgabe 3

Skizzierung der Lösung

Teil a)

$f(x) = ax^2 + b$, weil die Parabel symmetrisch zur y-Achse ist.
$f(0) = 36$, da das Gebäude 36 m hoch ist.
$f(36) = 0$, weil es doppelt so breit wie hoch ist.

$\Rightarrow f(x) = -\frac{1}{36}x^2 + 36$

Teil b)

Extremalbed.: $A = a \cdot b$ soll maximal werden.
Nebenbed.: $a = 2x$, $b = f(x)$, $x \geq 0$

Zielfunktion: $A(x) = -\frac{1}{18}x^3 + 72x$

notwendige. Bed. für Extrema: $A'(x) = 0$

$-\frac{1}{6}x^2 + 72 = 0 \Leftrightarrow x_E = 20{,}7846$ (weil $x \geq 0$)

hinreichende Bed. für Extrema:
$A'(x) = 0 \wedge A''(x) \neq 0$

$A''(x) = -\frac{1}{3}x$; $A''(20{,}7846) < 0 \Rightarrow$ Der Graph von A ist an der Stelle x_E rechtsgekrümmt, es liegt ein Hochpunkt vor.

$a = 41{,}569\text{ m}, b = 24\text{ m}, A(x_E) = 997{,}66\text{ m}^2$

$V_B = 997{,}66\text{ m}^2 \cdot 140\text{ m} = 139\,672{,}4\text{ m}^3$

Teil c)

Volumen für den Raum zwischen dem gewölbten Glasdach und dem quaderförmigen Bürogebäude:

$$A_{Rest} = \int_{-20{,}78}^{20{,}78} (f(x) - 24)\,dx = 332{,}55\,\text{m}^2$$

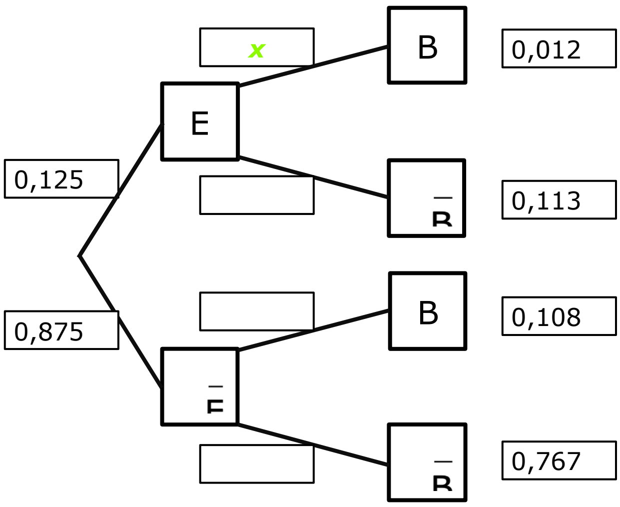
$$V_{Rest} = 332{,}55\,\text{m}^2 \cdot 140\text{m} = 46\,557\text{ m}^3$$

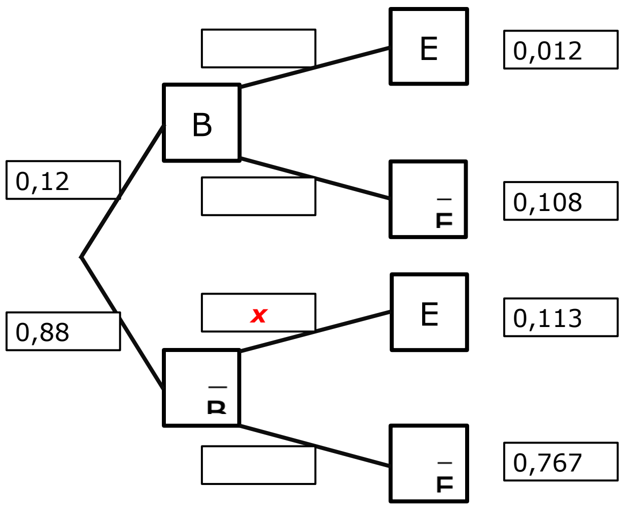
(W) Bedingte Wahrscheinlichkeit – Satz von Bayes

B: Eine Person wohnt in Baden-Württemberg.
E: Eine Person ist an Grippe erkrankt.

(Alle Angaben in der VFT in Millionen)

	B	$\overline{B}$	
E	0,96	9,04	10
$\overline{E}$	8,64	61,36	70
	9,6	70,4	80





a) Ereignis A: $P(\overline{E}) = 0{,}875$

Ereignis B: Ansatz: $0{,}88 \cdot x = 0{,}113$

$P_{\overline{B}}(E) = 0{,}1284$

Ereignis C: Ansatz: $0{,}125 \cdot x = 0{,}012$

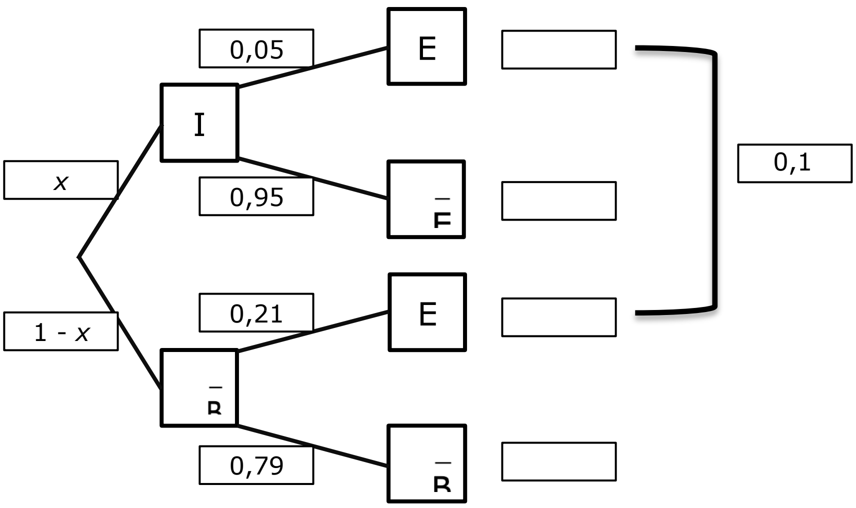
$P_{E}(B) = 0{,}096$

b) Ansatz: $P(B) \cdot P(E) = P(B \cap E)$

$0{,}12 \cdot 0{,}125 = 0{,}012$

$0{,}15 \neq 0{,}012$ stochastisch abhängig

c) I: Eine Person ist geimpft.



Ansatz: $x \cdot 0{,}05 + (1 - x) \cdot 0{,}21 = 0{,}1$

$x = 0{,}6875$

$P_{E}(I) = \dfrac{0{,}6875 \cdot 0{,}05}{0{,}1} \approx 0{,}3438$