

**Basiswissen Teil A - ohne Hilfsmittel**

1a) Geben Sie für die Funktion  $k$  mit  $k(x) = 3(x^2 - 4e^{-2x})$  eine mögliche Stammfunktion an.

b) Gegeben ist eine Funktion  $f$  mit  $f(x) = \frac{3}{x+1}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq -1$ ).

Eine Stammfunktion  $F$  von  $f$  wird beschrieben durch:

$F(x) = \frac{3 \cdot x}{\frac{1}{2} \cdot x^2 + x}$  ( $x \in D_F$ )

$F(x) = \frac{-3}{(x+1)^2}$  ( $x \in D_F$ )

$F(x) = \frac{1}{3} \ln|x+1|$  ( $x \in D_F$ )

$F(x) = 3 \ln|x+1|$  ( $x \in D_F$ )

$F(x) = \ln|x+1|$  ( $x \in D_F$ )

2 Ermitteln Sie den Wert von  $a$  so, dass die Parabel  $f(x) = ax^2 - 4a$  mit der  $x$ -Achse eine Fläche von 3 einschließt.

3 Gegeben ist die Funktion  $f$  mit  $f(x) = e^x \cdot (2 \cdot x + x^2)$  ( $x \in \mathbb{R}$ ).

a) Bestimmen Sie die Nullstellen der Funktion  $f$ .

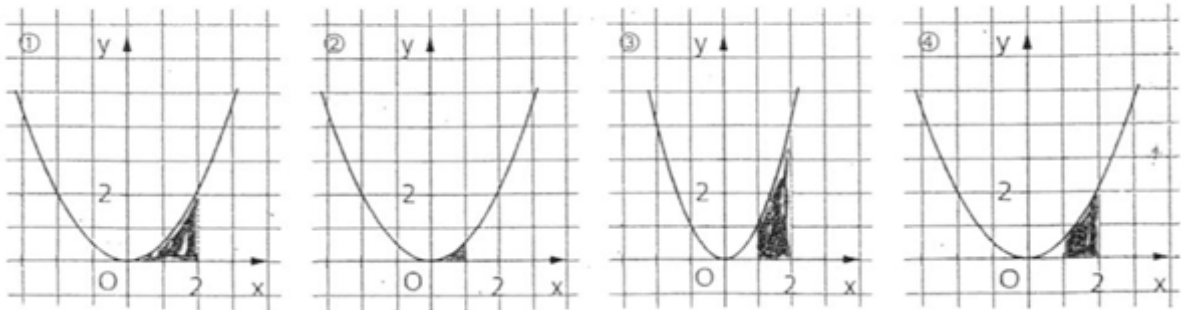
b) Zeigen Sie, dass die Funktion  $F$  mit  $F(x) = x^2 \cdot e^x$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) eine Stammfunktion von  $f$  ist.

Geben Sie eine Gleichung einer weiteren Stammfunktion  $G$  von  $f$  an, für die  $G(1) = 2 \cdot e$  gilt.

4 Entscheiden Sie durch Ankreuzen, durch welche der in Abb. 2 dargestellten Flächen das

bestimmte Integral  $\int_1^2 0,5x^2 dx$  dargestellt wird.

Abb. 2:



5 Die Abbildung 1 zeigt den Graphen einer in  $\mathbb{R}$  definierten Funktion  $f$ , die Abbildung 2 den Graphen einer Stammfunktion  $F$  von  $f$ .

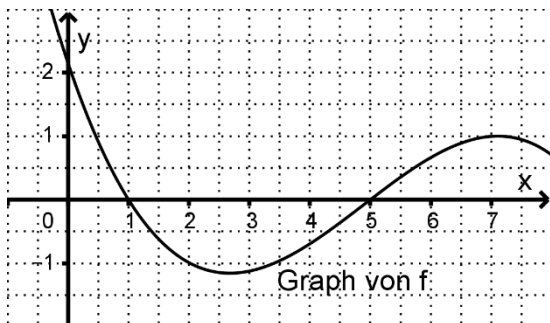


Abb. 1

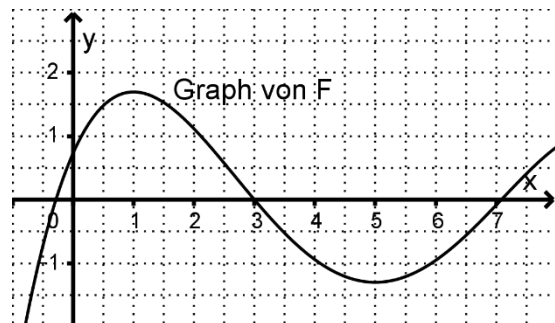


Abb. 2

a) Bestimmen Sie ausschließlich mithilfe der Abbildung 2 den Wert des Terms  $\int_1^5 f(x) dx$ .

b) Beschreiben Sie, wie man den Wert des Terms  $\int_1^5 f(x) dx$  ausschließlich mithilfe der Abbildung 1 bestimmen könnte.

6 In einer Urne befinden sich fünf gelbe und drei blaue Kugeln. Es werden nacheinander vier Kugeln ohne Zurücklegen zufällig gezogen.

Die Wahrscheinlichkeit für das Eintreten des Ereignisses E wird mit  $P(E) = \frac{3}{8} \cdot \frac{2}{7} \cdot \frac{1}{6} \cdot 1$  berechnet.

Welche der folgenden Aussagen beschreibt das Ereignis E?

- Es werden zwei gelbe und zwei blaue Kugeln gezogen.
- Es werden zuerst alle drei blauen und dann eine gelbe Kugel gezogen.
- Es werden zuerst drei gelbe und dann eine blaue Kugel gezogen.
- Es werden vier blaue Kugeln gezogen.
- Es werden nur gelbe Kugeln gezogen.

7 Bei einer Eignungsprüfung werden in einem Test vier Fragen gestellt. Zu jeder Frage werden drei Antworten vorgegeben, von denen jeweils genau eine richtig ist.

Eine Person wählt in diesem Test bei jeder Frage genau eine Antwort zufällig aus und kreuzt diese an.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass diese Person keine richtige Antwort ankreuzt, beträgt:

- $\frac{1}{81}$
- $\frac{16}{81}$
- $\frac{1}{4}$
- $\frac{2}{3}$
- $\frac{2}{3}$

8 Für ein Gewinnspiel werden ein Tetraeder und eine Münze gleichzeitig geworfen.

Jede der vier Seitenflächen des Tetraeders ist mit einer der Zahlen 1, 2, 3 bzw. 4 beschriftet, wobei jede dieser vier Zahlen mit der gleichen Wahrscheinlichkeit fällt.

Jede der beiden Kreisflächen der Münze ist mit einer der Zahlen 1 bzw. 2 beschriftet, wobei jede dieser zwei Zahlen mit einer Wahrscheinlichkeit von 50 % fällt.

Fällt beim Tetraeder eine größere Zahl als bei der Münze, erhält der Spieler 1 €.

Sind beide Zahlen gleich, erhält der Spieler 2 €.

Fällt beim Tetraeder eine kleinere Zahl als bei der Münze, muss der Spieler einen Geldbetrag V abgeben.

Die Zufallsgröße X gibt den Gewinn des Spielers in Euro an.

a) Zeigen Sie, dass  $P(X = 1) = \frac{5}{8}$  gilt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02

b) Bestimmen Sie V so, dass das Gewinnspiel fair ist.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

9 Der Engländer GALTON (1822 – 1911) untersuchte den Zusammenhang der Augenfarbe an 1000 Vater-Sohn-Paaren.

Es bedeuten:

A: Der Vater ist helläugig

B: Der Sohn ist helläugig.

Untersuchen Sie A und B auf stochastische Unabhängigkeit, wenn nebenstehende Untersuchungsergebnisse gefunden wurden.

	B	$\bar{B}$
A	471	151
$\bar{A}$	148	230

**Teil B - mit Hilfsmittel****1** Entladekurve eines Kondensators

Für einen Kondensator lässt sich die Entladestromstärke als Funktion der Zeit durch folgende

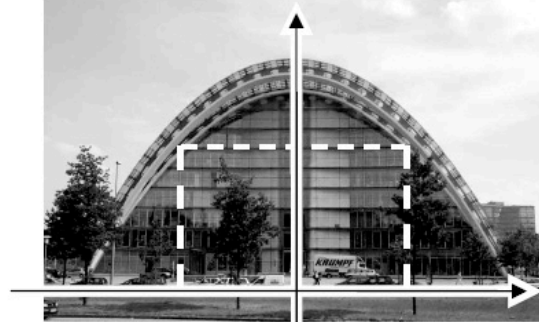
$$\text{Gleichung angeben: } I(t) = I_0 \cdot e^{-0,4t} \quad (t > 0)$$

Berechnen Sie die Ladung, die der Kondensator in den ersten 5 s des Entladevorgangs abgibt, wenn zum Zeitpunkt  $t_0 = 0$  gilt:  $I_0 = 2,4 \text{ mA}$ .

Lösung:  $5,2 \cdot 10^{-3} \text{ C}$

**2** Das Gebäude in den Abbildungen heißt „Berliner Bogen“ und steht in Hamburg.

Ein Architekt in Shanghai möchte gerne das gewölbte Glasdach für einen Neubau kopieren.



Ein kartesisches Koordinatensystem mit dem Koordinatenursprung  $O$  (1 Längeneinheit entspricht 1 Meter) wird in das Gebäude gelegt. Der ebene Boden des Gebäudes liegt in der  $x$ - $y$ -Ebene (siehe Abbildungen)

Das gewölbte Glasdach soll ähnliche Maße wie das Original besitzen. Der höchste Punkt des gewölbten Glasdaches hat einen Abstand von 36 m zum ebenen Boden des Gebäudes.

Das gewölbte Glasdach soll am ebenen Boden doppelt so breit wie hoch sein.

Die Länge des Gebäudes am Boden (Tiefe des Gebäudes ohne die überstehenden Teile des gewölbten Glasdaches) soll 140 m betragen.

- a) Erläutern Sie, inwiefern die quadratische Funktion  $f$  mit  $f(x) = -\frac{1}{36} \cdot x^2 + 36$  ( $x \in \mathbb{R}$ ) die äußere Profillinie des gewölbten Glasdaches modelliert.
- b) Unter dem gewölbten Glasdach soll ein quaderförmiges Bürogebäude eingebaut werden, welches sich auf der gesamten Länge des Gebäudes erstreckt (siehe Abbildung). Ermitteln Sie dessen Maße so, dass der Rauminhalt dieses Bürogebäudes maximal wird.
- c) Zwischen dem gewölbten Glasdach und dem quaderförmigen Bürogebäude soll auf dem Dach des quaderförmigen Bürogebäudes eine Cafeteria eingerichtet werden. Bestimmen Sie, wie viel Raum (in  $\text{m}^3$ ) dafür zwischen gewölbtem Glasdach und quaderförmigen Bürogebäude frei bleibt.
- 3** In einem Unternehmen wird auf drei laufenden Maschinen ein und dasselbe Erzeugnis hergestellt. Die Maschinen 1 und 2 produzieren je 20 % der Gesamtproduktion, die Maschine 3 produziert 60 % der Gesamtproduktion. Es ist bekannt, dass die Maschine 1 [3 %], die Maschine 2 [5 %] und die Maschine 3 [4 %] Ausschuss herstellt. Die Erzeugnisse werden in einem Lager gesammelt.
- a) Mit welcher Wahrscheinlichkeit ist ein im Lager zufällig ausgewähltes Stück ein Ausschussprodukt?
- b) Mit welcher Wahrscheinlichkeit wurde das Stück auf Maschine 1, auf Maschine 2 oder auf Maschine 3 produziert?
- Es werden 113 Stücke entnommen.
- c) Wie viele Ausschussstücke sind unter ihnen zu erwarten?
- 4** Studien zufolge sind in Deutschland 2,4% der Lehrer, die älter als 30 Jahre sind, an der seltenen „Schwangeritis“ erkrankt; von diesen erkrankten Lehrern haben 70% als Zweitfach „Chemie“. Unter den Lehrern, die älter als 30 Jahre sind und nicht an der „Schwangeritis“ erkrankt sind, haben 8,5% als Zweitfach „Chemie“.
- a) Stellen Sie den Sachverhalt in einem vollständig beschrifteten Baumdiagramm dar.  
Erreichbare BE-Anzahl: 03
- b)\* Unter den Lehrern, die älter als 30 Jahre sind und als Zweitfach „Chemie“ haben, wird ein Lehrer zufällig ausgewählt. Ermitteln Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass dieser Lehrer an der seltenen „Schwangeritis“ erkrankt ist.  
Erreichbare BE-Anzahl: 03

**5** In einer Großstadt steht die Wahl des Oberbürgermeisters bevor. Vor Beginn des Wahlkampfes wird eine repräsentative Umfrage unter den Wahlberechtigten durchgeführt. Der Umfrage zufolge haben sich 44 % der befragten Wahlberechtigten bereits für einen Kandidaten entschieden; jeder Siebte derjenigen Befragten, die sich noch nicht für einen Kandidaten entschieden haben, ist Jungwähler, d. h. eine wahlberechtigte Person im Alter bis 24 Jahre. Der Anteil dieser Jungwähler unter den Wahlberechtigten beträgt 12 %.

- a) Erstellen Sie zu dem beschriebenen Sachzusammenhang ein beschriftetes Baumdiagramm oder eine vollständig ausgefüllte Vierfeldertafel.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

- b) Zeigen Sie, dass der Anteil derjenigen, die sich noch nicht für einen Kandidaten entschieden haben, unter den befragten Jungwählern größer ist als unter denjenigen befragten Wahlberechtigten, die älter als 24 Jahre sind.

Begründen Sie, dass es trotz dieser Tatsache nicht sinnvoll ist, sich im Wahlkampf vorwiegend auf die Jungwähler zu konzentrieren.

Erreichbare BE-Anzahl: 04

**6** Von allen Jugendlichen eines Landes im Alter von 14 bis 25 Jahren sind 49,20 % weiblich. 47,10 % der Jugendlichen erledigen ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet. Der Anteil der Jugendlichen, die weiblich sind und ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigen, beträgt 19,68 %.

- a) Stellen Sie den beschriebenen Sachzusammenhang in einer vollständig ausgefüllten Vierfeldertafel dar.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

- b) Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den Jugendlichen zufällig ausgewählte Person entweder männlich ist oder ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt.

Erreichbare BE-Anzahl: 03

- c) Weisen Sie nach, dass die Wahrscheinlichkeit dafür, dass eine unter den weiblichen Jugendlichen zufällig ausgewählte Person ihre Finanzangelegenheiten regelmäßig mittels Smartphone oder Tablet erledigt, 40 % beträgt.

Erreichbare BE-Anzahl: 02