Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Grundaufgaben	langfristige Aufgabe **3** ohne HM

1 Gegeben sind die Gerade $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 7 \\ 2 \\ -2 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -4 \\ 4 \\ 2 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und der Punkt $M(2|4|2)$.

1.1 Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E_1, die g und M enthält. Geben Sie die Koordinaten des Lotfoßpunktes L von M auf g an und berechnen Sie die Länge dieses Lotes.

(zur Kontrolle: $E_1: 2 \cdot x_1 + x_2 + 2 \cdot x_3 = 12$, $L(3|6|0)$)

1.2 Bestimmen Sie diejenigen Punkte A und B auf g, die von L den Abstand 3 haben. Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte C und D so, dass das $ABCD$ ein Quadrat mit dem Mittelpunkt M ist.

(zur Kontrolle: $A(5|4|-1)$, $B(1|-8|1)$, $C(-1|4|5)$ und $D(3|0|3)$)

1.3 Betrachtet wird nun eine senkrechte Pyramide mit der Grundfläche $ABCD$. Eine Seitenfläche dieser Pyramide liegt in der Ebene E_2, die g und den Punkt $P(5|6|4)$ enthält.
Berechnen Sie die Koordinaten der Pyramidenspitze S und die Höhe der Pyramide.

2 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(3|-2|1)$, $B(3|3|1)$ und $C(6|3|5)$ gegeben.

2.1 Bestimmen Sie eine Gleichung der Ebene E durch A, B und C in Koordinatenform.

(zur Kontrolle: $E: 4 \cdot x - 3 \cdot z = 9$)

2.2 Begründen Sie rechnerisch, dass ein Punkt D so gewählt werden kann, dass das Viereck $ABCD$ ein Quadrat ist.
Ermitteln Sie die Koordinaten von D.

2.3 Zeigen Sie, dass die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 3 \\ 9{,}5 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} 3 \\ 5 \\ 4 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ parallel zu E verläuft.
Bestimmen Sie den Abstand von g und E.

2.4 Berechnen Sie die Koordinaten des Schnittpunktes F der Diagonalen des Quadrates.
Beurteilen Sie durch eine Rechnung die folgende Aussage:

Die Senkrechte zu E durch F schneidet die Gerade g.

3 Gegeben sind die Geraden $g: \vec{x} = \begin{pmatrix} 14 \\ -4 \\ 0 \end{pmatrix} + \lambda \cdot \begin{pmatrix} -2 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ mit $\lambda \in \mathbb{R}$ und $h: \vec{x} = \begin{pmatrix} -15 \\ 0 \\ -4 \end{pmatrix} + \mu \cdot \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ mit $\mu \in \mathbb{R}$.

3.1 Die Strecke $\overline{AB}$ verbindet die Geraden g und h.
Bestimmen Sie die Koordinaten derjenigen Punkte A und B, für die die Länge dieser Strecke minimal wird.

3.2 Alle Punkte, die von den beiden Geraden den jeweils gleichen Abstand haben, liegen auf einer Ebene.
Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Ebene in Koordinatenform.

Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Grundaufgaben	langfristige Aufgabe **3** ohne HM	Lösungen

1.1 $\left|\overrightarrow{ML}\right| = \sqrt{1^2 + 2^2 + 2^2} = 3$

1.2

1.3 $S(6\,|\,6\,|\,6)$, $\left|\overrightarrow{SM}\right| = \sqrt{4^2 + 2^2 + 4^2} = 6$

2.1

2.2 $D(6\,|\,-2\,|\,5)$

2.3 *Nachweis; Der Abstand beträgt 7,5.*

2.4 $F(4{,}5\,|\,0{,}5\,|\,3)$

Die Aussage ist wahr.

3.1 $F_g(2\,|\,-4\,|\,6)$, $F_h(-3\,|\,6\,|\,-4)$

3.2 $-x + 2 \cdot y - 2 \cdot z = 0{,}5$