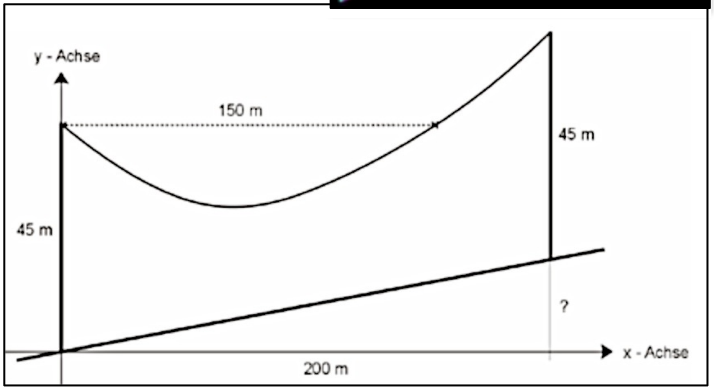
Mein Ma-ABI $\sqrt{4080400}$	THEMA: Grundaufgaben	langfristige Aufgabe **3** HM: GTR/TW	auch erhältlich auf www.maphyside.de

1 An einem Hang mit dem Anstieg m = 0,15 sollen zwei 45 m hohe Strommasten aufgestellt werden. Zwischen den Strommasten soll eine Leitung gespannt werden, die nach 150 m Entfernung vom linken Mast wieder die Höhe der linken Aufhängung erreicht. Aus einer Plankarte kann man einen horizontalen Abstand der Fußpunkte der Strommasten von 200 m ablesen.



1.1 Der Kabelverlauf soll näherungsweise durch eine ganzrationale Funktion zweiten Grades beschrieben werden.
Bestimmen Sie den Funktionsterm.
(Lös.: $f(x)=0{,}003x^2-0{,}45x+45$)

1.2 Berechnen Sie die Stelle, an der das Kabel am stärksten durchhängt.
Geben Sie an, wie tief das Kabel dort gegenüber dem Aufhängepunkt am linken Mast hängt.
Bestimmen Sie den Winkel, den das Kabel am linken Mast mit der Verbindungslinie der beiden Mastspitzen bildet.
(Lös.: x = 75; d = 16,87 m; α = 32,7 °)

1.3 Bestimmen Sie die Stelle, an der die senkrechte Entfernung zwischen Hang und Leitung minimal ist.
Ermitteln Sie die Höhe, bis zu der die Bäume dort wachsen dürften, wenn die senkrechte Entfernung zwischen Leitung und Baumkrone mindestens 7 m betragen muss.
(Lös.: x=100 ;h(100) = 15 ; Die Bäume dürfen höchstens 8 hoch werden.)

1.4 In der Realität wird der Verlauf des Kabels durch eine so genannte Kettenlinie mit der Funktionsgleichung $k(x)=6{,}2\cdot e^{0{,}01223x}+38{,}8\cdot e^{-0{,}01223x}$ beschrieben.
Zeigen Sie, dass diese Funktion die zu Beginn der Aufgabe beschriebenen Bedingungen näherungsweise erfüllt.
(Lös.: k(0)=45; k(150)=45,02; k(200) = 74,92)

1.5 Zeigen Sie, dass der Graph dieser Kettenlinie durch den Punkt $T(74{,}974 \mid 31{,}0199)$ verläuft und in T eine waagerechte Tangente besitzt.
Vergleichen Sie die Koordinaten von T mit dem Ergebnis von Teilaufgabe 1.2.
(Lös.: Tiefpunkt an derselben Stelle wie Parabel, aber etwa 2,90m höher)

2 Eine quadratische gerade Pyramide $ABCDS$ mit der Spitze S hat die Eckpunkte $A(2|2|0)$, $C(-2|-2|0)$ und $S(0|0|8)$.

2.1 Ermitteln Sie die Koordinaten der Punkte B und D sowie das Volumen der Pyramide.
(Lös.: B(-2|2|0); D(2|-2|0); V = 42,66)

2.2 Die Pyramide wird durch eine Ebene geschnitten, die die Punkte $P_1(1|-5|-16)$, $P_2(4|2|22)$ und $P_3(-4|2|0)$ enthält.
Berechnen Sie die Schnittpunkte dieser Ebene mit den Kanten $\overline{AS}$, $\overline{BS}$, $\overline{CS}$ und $\overline{DS}$ der Pyramide.
Skizzieren Sie den Sachverhalt in einem Koordinatensystem.
(Lös.: $D_1\left(\frac{1}{2}\middle|\frac{1}{2}\middle|6\right)$; $D_2\left(-1|1|4\right)$; $D_3\left(\frac{11}{6}\middle|\frac{11}{6}\middle|15\frac{1}{3}\right)$; $D_4\left(2{,}2|-2{,}2|-0{,}8\right)$*)*

2.3 Die Pyramide soll durch eine Ebene so geschnitten werden, dass die Schnittfläche ein Quadrat ergibt.
Ermitteln Sie eine Gleichung dieser Ebene.
(Lös.: $\vec{x}=\begin{pmatrix}0\\0\\a\end{pmatrix}+s\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix}+t\begin{pmatrix}0\\1\\0\end{pmatrix}\quad (0<a<8)$)

2.4 Die Pyramide soll durch eine Ebene wie in Teilaufgabe 2.3 geschnitten werden, allerdings mit der Bedingung, dass sich die Volumina der beiden Schnittkörper wie 1:4 verhalten.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene.

(Lös.: $\vec{x} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 3{,}32 \end{pmatrix} + s\begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + t\begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ *)*

3 Aus den Passagierlisten des Flughafens in Dresden im vergangenen Jahr geht hervor, dass 40 % der Passagiere Einwohner der Nieder - und Oberlausitz, 40 % der Passagiere Einwohner der anderen Bundesländer Deutschlands und 20 % der Passagiere Einwohner anderer Staaten sind.
Für die Durchführung einer Befragung werden Passagiere zufällig ausgelost, wobei aufgrund der großen Anzahl von Passagieren diese Auslosungen als von einander unabhängig angenommen werden können.

3.1 Ermitteln Sie jeweils die Wahrscheinlichkeiten der folgenden Ereignisse:
Ereignis A: Drei zufällig ausgeloste Passagiere sind Einwohner der Nieder – und Oberlausitz.
Ereignis B: Unter fünf zufällig ausgelosten Passagieren befinden sich mehr Einwohner anderer Staaten als Deutschlands.
(Lös.: P(A) = 0,064; P(B) = 0,05792)

Handgepäck wird auf dem Flughafen in Dresden wie folgt kontrolliert:
Bei Kontrolle 1 wird das Gepäck mit einem Spezialgerät durchleuchtet. Nur wenn dieser Vorgang kein eindeutiges Ergebnis liefert, wird er ein zweites Mal durchgeführt (Kontrolle 2). Liegt dann immer noch kein eindeutiges Ergebnis vor, wird das Gepäckstück geöffnet und durch einen Beamten geprüft (Kontrolle 3). Kontrolle 1 und Kontrolle 2 dauern je 10 Sekunden, Kontrolle 3 dauert 5 Minuten. Zwischen zwei Kontrollvorgängen vergehen 30 Sekunden.
F_1 ist das Ereignis: Kontrolle 1 führt zu einem eindeutigen Ergebnis.
F_2 ist das Ereignis: Kontrolle 2 führt zu einem eindeutigen Ergebnis.
Gegeben sind die Wahrscheinlichkeit des Gegenereignisses zu F_1 durch $P(\overline{F_1}) = 0{,}1$ und die Wahrscheinlichkeit $P(F_2) = 0{,}6$.
Die Zufallsgröße Z beschreibt die für die Gepäckkontrolle benötigte Gesamtzeit.

3.2 Ermitteln Sie die durchschnittliche für die Gepäckkontrolle benötigte Zeit.
(Lös.: Kontrollzeit t = 27,2s)