

Mein Ma-ABI

 $\sqrt{4080400}$ THEMA:  
Grundaufgabenlangfristige Aufgabe 2  
HM: GTR/TWauch erhältlich auf  
[www.maphyside.de](http://www.maphyside.de)

1 Gegeben ist eine Funktion  $f$  durch die Gleichung  $f(x) = \frac{2x+1}{x}$  ( $x \in \mathbb{R}, x \neq 0$ ).

1.1 Berechnen Sie die Nullstelle von  $f$ .

Untersuchen Sie das Verhalten von  $f$  im Unendlichen und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.

(Lös.:  $x_0 = -0,5$ ; Asymptoten  $y = 2$ ;  $x = 0$ )

1.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Graph der Funktion  $f$  keine Extrempunkte und keine Wendepunkte besitzt.

1.3 An den Graphen der Funktion  $f$  wird durch den Punkt  $P(1|f(1))$  eine Tangente  $t$  gelegt.

Ermitteln Sie eine Gleichung von  $t$ .

Der Graph von  $t$  schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

(Lös.:  $t: y = -x + 4$ ;  $A = 8$ )

1.4 Auf dem Graphen der Funktion  $f$  existiert ein Punkt  $Q(r|f(r))$  mit  $r \in \mathbb{R}, r > 0$ .

Durch  $Q$  werden Parallelen zu den Koordinatenachsen gelegt. Diese Parallelen und die Koordinatenachsen bilden ein Rechteck.

Bestimmen Sie die Koordinaten von  $Q$  so, dass der Umfang des Rechtecks minimal wird.

Berechnen Sie den minimalen Umfang.

(Lös.:  $Q(1|3)$ ;  $u = 8$ )

2 Auf einem der vielen Dorfplätze rund um Bautzen steht ein festlich geschmückter, 30 m hoher Maibaum in der Nähe eines geneigten Hanges. Ein kartesisches Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 10 m) wird in das Gelände dieses Dorfplatzes gelegt. Das ebene Gelände des Dorfplatzes befindet sich in der  $x$ - $y$ -Ebene. Der geneigte Hang beginnt auf dem ebenen Gelände des Dorfplatzes und

liegt in der Ebene  $H$ , die durch die Gleichung  $H: \vec{x} = \begin{pmatrix} 2 \\ -2 \\ 4 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} -3 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + s \cdot \begin{pmatrix} -1 \\ -1 \\ 1 \end{pmatrix}$  ( $r, s \in \mathbb{R}$ ) beschrieben

wird. Der Maibaum steht im Punkt  $F(3|7|0)$  senkrecht zur  $x$ - $y$ -Ebene. Die Spitze des Maibaums liegt im Punkt  $S(3|7|3)$ .

2.1 Bestimmen Sie eine Koordinatengleichung von  $H$ .

(Lös.:  $H: x + y + 2z = 8$ )

2.2 Skizzieren Sie die Ebene  $H$  in ein kartesisches Koordinatensystem und zeichnen Sie den Maibaum ein.

2.3 Der Maibaum wird von der Sonne beschienen und wirft einen Schatten auf  $H$  und die  $x$ - $y$ -Ebene.

Die Richtung der Sonnenstrahlen ist durch den Vektor  $\vec{v} = \begin{pmatrix} -3 \\ -3 \\ -1 \end{pmatrix}$  festgelegt.

Bestimmen Sie die Koordinaten des Schattenpunkt  $S'$  der Spitze  $S$  des Maibaums auf  $H$ .

Zeigen Sie, dass der Schatten des Maibaumes im Punkt  $R(2|6|0)$  von der  $x$ - $y$ -Ebene in die Ebene  $H$  übergeht.

(Lös.:  $S'(0|4|2)$ )

3 Beim Biathlon müssen die Athleten Schießeinlagen absolvieren.

Bei einem Biathlon-Wettbewerb muss ein Teilnehmer einmal liegend und einmal stehend auf jeweils 5 Scheiben schießen. Dafür stehen ihm je genau 5 Patronen zur Verfügung. Für jeden Fehlschuss muss der Läufer eine Strafrunde absolvieren.

Für Biathletin Franziska wird unter optimalen Bedingungen im Liegen eine Trefferwahrscheinlichkeit von 95 % und im Stehen eine Trefferwahrscheinlichkeit von 90 % angenommen.

3.1 Berechnen Sie die Wahrscheinlichkeit dafür, dass Franziska unter optimalen Bedingungen bei diesem Wettbewerb genau eine Strafrunde absolvieren muss.

(Lös.:  $p \approx 0,3741$ )

- 3.2 Die Patronen für die Schießeinlagen liefert die Firma „Knall & Rauch“. Erfahrungsgemäß sind 0,5 % aller durch diese Firma hergestellten Patronen fehlerhaft.  
Die Firma liefert Patronen in Packungen zu genau 60 Stück.  
Geben Sie die Wahrscheinlichkeit dafür an, dass eine solche Packung keine fehlerhafte Patrone beinhaltet.  
Ermitteln Sie, wie viele Packungen wenigstens kontrolliert werden müssen, um mit einer Wahrscheinlichkeit von mindestens 95 % wenigstens zwei fehlerhafte Patronen zu finden.

(Lös.:  $P(X=0) \approx 0,7403$ ; Mindestanzahl der Packungen: 16)

- 3.3 Eine Patrone gilt als fehlerhaft, wenn mindestens eine von zwei möglichen Fehlerquellen auftritt. Erfahrungsgemäß treten bei 0,30 % aller Patronen ein defektes Zündhütchen und bei 0,22 % aller Patronen Risse in der Hülse auf.  
Bestimmen Sie die Wahrscheinlichkeiten folgender Ereignisse:

Ereignis A: Eine zufällig ausgewählte Patrone mit Rissen in der Hülse besitzt ein defektes Zündhütchen.

Ereignis B: Eine zufällig ausgewählte Patrone besitzt sowohl Risse in der Hülse als auch ein defektes Zündhütchen.

(Lös.:  $P(A) \approx 0,0909$  ;  $P(B) \approx 0,0002$ )