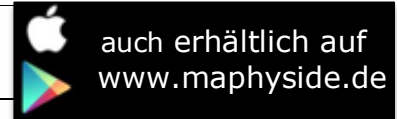


Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Grundaufgaben	langfristige Aufgabe 1 HM: GTR/TW
---------------------------------	-------------------------	--------------------------------------



1 Gegeben sind die Funktionenscharen f_a und g_a mit

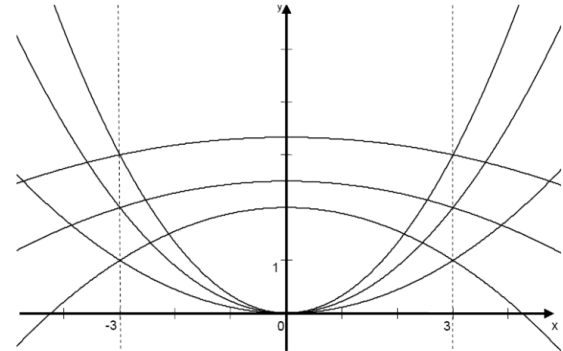
$$f_a(x) = \frac{a}{9} \cdot x^2 \text{ und } g_a(x) = -\frac{1}{9 \cdot a} x^2 + \left(a + \frac{1}{a}\right) \quad (x \in \mathbb{R}; a \in \mathbb{R}; a > 0).$$

1.1 Für jedes a schneiden sich die Graphen von f_a und g_a in zwei Punkten $P_a(x_{P_a} | y_{P_a})$ mit $x_{P_a} > 0$ und $Q_a(x_{Q_a} | y_{Q_a})$ mit $x_{Q_a} < 0$.

Berechnen Sie die Koordinaten von P_a und Q_a .

1.2 In P_2 werden Tangenten an die Graphen von f_2 und g_2 gelegt.

Berechnen Sie die Größe des Schnittwinkels dieser Tangenten.



1.3 Der Graph der Funktion g_3 schneidet die Achsen des Koordinatensystems in drei Punkten. Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks, das durch diese Punkte gebildet wird.

2 Zwei Flugzeuge bewegen sich geradlinig auf ihren Flugbahnen.

Zum Zeitpunkt $t = 0$ sind ihre Flugpositionen gegeben durch die Ortsvektoren $\begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix}$ und $\begin{pmatrix} 5 \\ -2 \\ 3 \end{pmatrix}$.

Ihre Geschwindigkeitsvektoren, deren Richtung die Flugrichtung und deren Betrag die Geschwindigkeit

angibt, sind $\begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \end{pmatrix}$ bzw. $\begin{pmatrix} -2 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$.

Untersuchen Sie, ob die Piloten ausweichen müssen, um eine Kollision zu verhindern.

3 Gegeben ist eine Funktion f durch die Gleichung $f(x) = \frac{2x+1}{x} \quad (x \in \mathbb{R}, x \neq 0)$.

3.1 Berechnen Sie die Nullstelle von f .

Untersuchen Sie das Verhalten von f im Unendlichen und geben Sie die Gleichungen der Asymptoten an.

3.2 Weisen Sie rechnerisch nach, dass der Graph der Funktion f keine Extrempunkte und keine Wendepunkte besitzt.

3.3 An den Graphen der Funktion f wird durch den Punkt $P(1 | f(1))$ eine Tangente t gelegt.

Ermitteln Sie eine Gleichung von t .

Der Graph von t schließt mit den Koordinatenachsen ein Dreieck ein.

Berechnen Sie den Flächeninhalt des Dreiecks.

3.4 Auf dem Graphen der Funktion f existiert ein Punkt $Q(r | f(r))$ mit $r \in \mathbb{R}$ und $r > 0$.

Durch Q werden Parallelen zu den Koordinatenachsen gelegt. Diese Parallelen und die Koordinatenachsen bilden ein Rechteck.

Bestimmen Sie die Koordinaten von Q so, dass der Umfang des Rechtecks minimal wird.

Berechnen Sie den minimalen Umfang.

Mein Ma-ABI $\sqrt{4088484}$	THEMA: Grundaufgaben	langfristige Aufgabe 1 HM: GTR/TW	Lösungen
---------------------------------	-------------------------	---	----------

1.1 $P_a(3|a); Q_a(-3|a)$

1.2 $\alpha = 71,56^\circ$

1.3 (Lös.: $P_1\left(0|\frac{10}{3}\right); P_2(\sqrt{90}|0); P_3(-\sqrt{90}|0); A = 10 \cdot \sqrt{10} \text{ FE}$)

2 $S(1|0|3);$ Zeitpunkt $t = 2$; Eine Flugkorrektur ist erforderlich.

3.1 $x_0 = -0,5; \text{ Asymptoten } y = 2; x = 0$

3.2

3.3 $t: y = -x + 4; A = 8$

3.4 $Q(1|3); u = 8$