Übungsblatt Thema: Klausurübung-Lösungen Klausur 3

Schwerpunkt 1: Rechnen mit Vektoren / LGS (Aufgaben ohne HM)

zu 1 $\overrightarrow{AD}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ $\left|\overrightarrow{AD}\right|=\sqrt{14}$; $\overrightarrow{BE}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ $\left|\overrightarrow{BE}\right|=\sqrt{14}$; $\overrightarrow{CF}=\begin{pmatrix}-1\\2\\3\end{pmatrix}$ $\left|\overrightarrow{CF}\right|=\sqrt{14}$

zu 2 $\overrightarrow{AM_a}=\frac{1}{2}\cdot\vec{u}+\frac{1}{2}\cdot\vec{v}$; $\overrightarrow{BM_b}=-\vec{u}+\frac{1}{2}\cdot\vec{v}$; $\overrightarrow{CM_c}=\frac{1}{2}\cdot\vec{u}-\vec{v}$

zu 3 a) $\vec{x}=\frac{3}{2}\cdot\begin{pmatrix}4\\3\end{pmatrix}+\frac{1}{2}\cdot\begin{pmatrix}6\\5\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}9\\7\end{pmatrix}$ b) $\vec{y}=-\begin{pmatrix}4\\5\end{pmatrix}+4\cdot\begin{pmatrix}1\\2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}0\\3\end{pmatrix}$

4a)

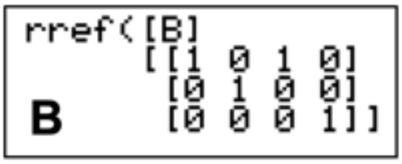
$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 2x_2 & - & x_3 & = & 2\\ -x_1 & & & - & 2x_3 & = & 5\\ & - & 2x_2 & + & 4x_3 & = & -10 \end{array}$$

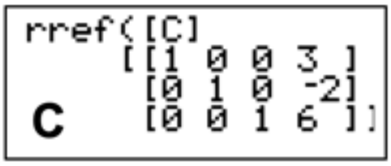
(1 | -1 | -3)

$$\begin{array}{rcrcrcr} x_1 & + & 4x_2 & - & 6x_3 & = & -2\\ -x_1 & - & x_2 & + & 4x_3 & = & 4\\ x_1 & + & 4x_2 & - & x_3 & = & 0{,}5 \end{array}$$

(-1 | 1 | 0,5)

b) Decide, how many solutions an LGS has, when the GTR shows:





C genau eine B keine A unendlich viele

c) $L=\{x=13;y=14;z=15\}$

Schwerpunkt 2: Steckbriefaufgaben / Extremwertaufgaben / Funktionenschar (Aufgaben mit HM)

zu 1 Bestimmen Sie jeweils die Funktionsgleichung.

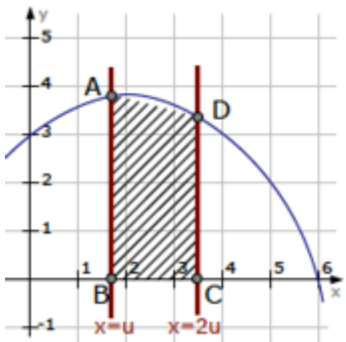
a) $f(x)=-x^3+3\cdot x+2$ b) $f(x)=x^4-2\cdot x^2+2$

zu 2 $d(u)=\sqrt{(u-6)^2+\left(-u^2+6\cdot u-3-6\right)^2}$; Der Punkt $(4|5)$ hat mit $\approx 2{,}23$ den kleinsten Abstand von $(6|6)$.

zu 3 $A(u)=\frac{f(2u)+f(u)}{2}\cdot u$

$A'(u)=0 \Leftrightarrow u\approx -0{,}7 \wedge u\approx 2{,}3$

Da $0 < u < 3$ ist der Flächeninhalt für $u\approx 2{,}3$ maximal.



zu 4

Schnittpunktberechnung der Schaubilder (Graphen) der Skischanze und der Flugbahn

Der Schnittpunkt S der beiden Schaubilder (Graphen) K (der Funktion f) und C (der Funktion g) kann mit dem grafikfähigen Taschenrechner bestimmt werden.

Der Punkt S hat die Koordinaten $S(60|50)$.

Berechnung der Höhe:
Bestimmung des maximalen Unterschieds zwischen $g(x)$ und $f(x)$

Der Unterschied zwischen den beiden Schaubildern (Graphen) kann durch die Differenzfunktion $d(x) = g(x) - f(x)$ beschrieben werden.

Das Maximum dieser Differenzfunktion ist die gesuchte maximal vertikal gemessene Höhe des Springers über dem Absprunghang.

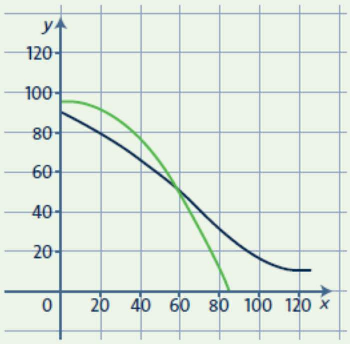
Der grafikfähige Taschenrechner liefert als Maximalstelle $x \approx 26{,}1$.

Der zugehörige Funktionswert $d(26{,}1) \approx 12{,}6$ ergibt die gesuchte Höhe, ca. 12,6 m.

Grobskizze des Schaubilds (Graphen) K:
Festlegen der Koordinatenachsen, Wählen einer geeigneten Einteilung und Zeichnen eines Koordinatensystems

Zeichnen der beiden Graphen anhand einer Wertetabelle

Die Schaubilder K (gebrochenrational, dunkel) und C (Parabel, grün).



Wertetabelle:

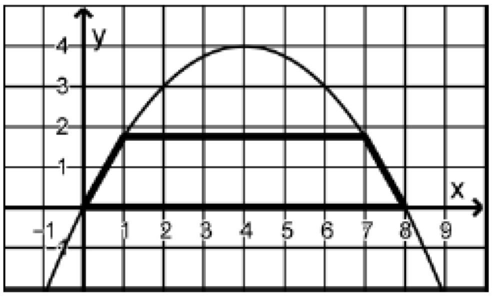
x	$f(x)$	$g(x)$
0	90	95
20	79,8	92
40	66,5	77
60	50	50
80	31,8	11
100	16,3	– 40
120	10	– 103

Bestimmung der Funktionsgleichung für $g(x)$: Aufstellen und Lösen eines geeigneten linearen Gleichungssystems	Zur Bestimmung der Funktionsgleichung werden die gegebenen Punkte $P_1(0\|95)$, $P_2(10\|95)$ und $P_3(20\|92)$ in die Gleichung $g(x) = ax^2 + bx + c$ eingesetzt. Wir erhalten das folgende lineare Gleichungssystem: $\begin{cases} c = 95 \\ 100a + 10b + c = 95 \\ 400a + 20b + c = 92. \end{cases}$ Die Lösung dieses Gleichungssytems ist $\begin{cases} a = -0{,}015 \\ b = 0{,}15 \\ c = 95\,. \end{cases}$ Also: $g(x) = -0{,}015x^2 + 0{,}15x + 95$ Diese Lösung stimmt mit der in der Aufgabenstellung angegebenen Gleichung überein.

zu 5

a	$x_1 = 0$ und $x_2 = 8$
b	G_k ist eine nach unten geöffnete Parabel. Aufgrund der Lage der Schnittpunkte mit der x-Achse liegt der Hochpunkt bei $x = 4$. Es gilt $f_k(4) = 16k$.
c	$16(k+1) - 16k = 16$

d)



e) $\sqrt{u^2 + \left(f_{\frac{1}{4}}(u)\right)^2}$

f) Der Flächeninhalt des Trapezes ist das Produkt der Länge der Mittelparallele und der Länge der Höhe des Trapezes. Die Länge der Mittelparallele ist der Mittelwert der Längen der beiden parallelen Seiten, d. h. der Mittelwert von 8 und $8 - 2u$, also $8 - u$. Die Länge der Höhe des Trapezes ist $f_{\frac{1}{4}}(u)$.

g) Die Flächeninhalte der Trapeze können in Abhängigkeit von u mithilfe der Funktion T mit

$$T(u) = (8-u)\cdot f_{\frac{1}{4}}(u) = -(8-u)\cdot \tfrac{1}{4}u\cdot(u-8) = \tfrac{1}{4}u\cdot(u-8)^2 = \tfrac{1}{4}u\cdot\left(u^2 - 16u + 64\right)$$
$$= \tfrac{1}{4}u^3 - 4u^2 + 16u$$

dargestellt werden.

$T'(u) = \frac{3}{4}u^2 - 8u + 16 = 0 \Leftrightarrow u = \frac{8 \pm \sqrt{64-48}}{\frac{3}{2}} \Leftrightarrow u = \frac{8}{3} \vee u = 8$

Mit $u \in \,]0;4[$ ergibt sich $u = \frac{8}{3}$.

h) Der Mittelpunkt liegt auf der Mittelsenkrechte von A und B, hat also die x-Koordinate 4. Da der Mittelpunkt den gleichen Abstand von A und E hat, gilt für seine y-Koordinate:

$4^2 + y^2 = (8-y)^2 \Leftrightarrow 16 = 64 - 16y \Leftrightarrow y = 3$