Übungsblatt Thema: Klausurübung Klausur 4

Schwerpunkt 1(Aufgaben ohne HM): Lagebeziehung geometrischer Objekte

1 Gegeben ist das Quadrat $ABCD$ mit $A(3|3|4)$, $B(6|7|4)$, $C(2|10|4)$ und $D(-1|6|4)$.
Das Quadrat liegt in der Ebene mit der Gleichung $z=4$.

1.1 Weisen Sie nach, dass das Quadrat den Flächeninhalt 25 besitzt.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

1.2 Es gibt Punkte S, für die die Pyramide $ABCDS$ das Volumen 50 hat.
Bestimmen Sie die z-Koordinate eines dieser Punkte.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

2 Gegeben sind die Geraden $g:\vec{x}=\begin{pmatrix}-1\\2\\-3\end{pmatrix}+t\cdot\begin{pmatrix}5\\2\\-1\end{pmatrix}$ $(t\in\mathbb{R})$ und $h_a:\vec{x}=\begin{pmatrix}-a\\8\\-6\end{pmatrix}+s\cdot\begin{pmatrix}2\cdot a+3\\2\\1+a\end{pmatrix}$ $(s\in\mathbb{R},\ a\in\mathbb{R})$.

2.1 Bestimmen Sie denjenigen Wert von a, für den die Richtungsvektoren von g und h_a zueinander senkrecht sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

2.2 Weisen Sie nach, dass sich die Geraden g und h_{-2} schneiden.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

3 Für jeden Wert von $t\in\mathbb{R}\setminus\{0\}$ bilden die Punkte $A(7|3|0)$, $B(5|3|4)$ und $C_t(5+2\cdot t|3|4+t)$ ein Dreieck.

3.1 Zeigen Sie, dass jedes dieser Dreiecke bei B einen rechten Winkel hat.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

3.2 Bestimmen Sie alle Werte von t, für die im jeweiligen Dreieck ABC_t zwei Innenwinkel gleich groß sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 3

4 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(2|2|O)$, $B(8|2|8)$ und $C_t\ (-3+4t|—22+25t|10—3t)$ mit $t\in\mathbb{R}$ gegeben.

4.1 Geben Sie eine Gleichung der Geraden an, auf der alle Punkte C_t liegen.

Erreichbare BE-Anzahl: 1

4.2 Die Punkte A, B und C_2 bestimmen eine Ebene E.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Ebene E in parameterfreier Form.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

4.3 Die Ebene E, die Koordinatenebenen und die Ebene mit der Gleichung $y=3$ begrenzen ein gerades, dreiseitiges Prisma vollständig.
Stellen Sie dieses Prisma in einem kartesischen Koordinatensystem dar.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

5 In einem kartesischen Koordinatensystem sind die Punkte $A(1|1|-1)$, $B_t(1|1+t|-1+2t)$ und $C_t(1+2t|1-t|-1)$ mit $t\in\mathbb{R}$ und $t>0$ gegeben.

5.1 Untersuchen Sie die Vektoren $\overrightarrow{AB_2}$ und $\overrightarrow{AC_4}$ auf lineare Abhängigkeit.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

5.2 Ermitteln Sie die y-Koordinate des Vektors $\begin{pmatrix}4\\y\\-8\end{pmatrix}$ so, dass dieser Vektor und die Vektoren $\overrightarrow{AB_2}$ und $\overrightarrow{AC_4}$ linear abhängig sind.

Erreichbare BE-Anzahl: 2

Schwerpunkt 2 (Aufgaben mit HM): Komplexaufgaben

1 In einem Baumarkt werden Lampen für den Außenbereich angeboten. Eine dieser Lampen kann annähernd durch den Lampenkörper *ABCDEFGHI* beschrieben werden, der sich aus einer geraden quadratischen Pyramide *EFGHI* und einem Teil einer weiteren geraden quadratischen Pyramide *ABCDEFGH* zusammensetzt (siehe Abbildung).
Der Lampenkörper kann in einem kartesischen Koordinatensystem (1 Längeneinheit entspricht 1 Zentimeter) dargestellt werden.
Es gilt: $A(-5|5|-15)$, $B(-5|25|-15)$, $C(-25|25|-15)$, $E(0|0|0)$, $F(0|30|0)$, $G(-30|30|0)$.
Die Punkte *A*, *B*, *C* und *D* liegen in einer Ebene.
Die Gesamthöhe des Lampenkörpers beträgt 35 cm.

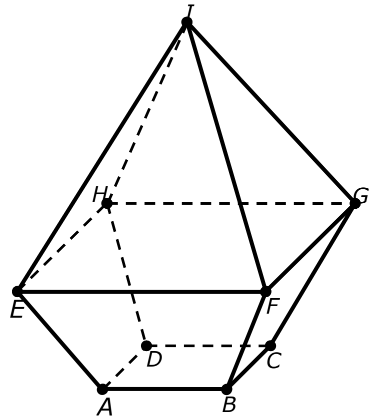

Abbildung (nicht maßstäblich)

1.1 Geben Sie die Koordinaten des Punktes *D* an.
Begründen Sie, dass der Punkt *I* die Koordinaten $I(-15|15|20)$ besitzt.
Erreichbare BE-Anzahl: 04

1.2 Untersuchen Sie, ob die Ebene, in der das Viereck *BCGF* liegt, parallel zu einer Koordinatenachse verläuft.
Weisen Sie nach, dass das Viereck *BCGF* ein gleichschenkliges Trapez ist.
Erreichbare BE-Anzahl: 05

2 In einem kartesischen Koordinatensystem wird die gerade Pyramide *ABCDS* mit $A(0|0|0)$, $B(5|0|0)$, $C(5|5|0)$ und $D(0|5|0)$ sowie der Spitze $S(2{,}5|2{,}5|3{,}9)$ betrachtet.

2.1 Draw the pyramid in a coordinate system. Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.2 Begründen Sie ohne Verwendung von Vektoren, dass die Grundfläche der Pyramide ein Quadrat ist.
Bestimmen Sie den Inhalt einer Seitenfläche der Pyramide. Erreichbare BE-Anzahl: 04

2.3 Die Punkte *A*, *B* und *S* liegen in einer Ebene *E*.
Geben Sie eine Gleichung von *E* in Koordinatenform an und beschreiben Sie die besondere Lage von *E* im Koordinatensystem. Erreichbare BE-Anzahl: 02

2.4 Die folgenden Rechnung zeigt den Ansatz für die Lösung einer Aufgabe im Zusammenhang mit der Pyramide: $\begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ 3{,}9 \end{pmatrix} + r \cdot \begin{pmatrix} 2{,}5 \\ 2{,}5 \\ -3{,}9 \end{pmatrix} = -39 \cdot y + 25 \cdot z \Leftrightarrow r = 0$

Formulieren Sie eine mögliche Aufgabenstellung und geben Sie die Lösung an.
Erreichbare BE-Anzahl: 02

Die Pyramide stellt modellhaft ein geschlossenes Zelt dar, das auf horizontalem Untergrund steht. Eine Längeneinheit im Koordinatensystem entspricht einem Meter in der Realität.

2.5 Auf das Zelt treffendes Sonnenlicht lässt sich im Modell zu einem bestimmten Zeitpunkt durch parallele Geraden mit dem Richtungsvektor $\begin{pmatrix} 7{,}5 \\ -12{,}5 \\ -3{,}9 \end{pmatrix}$ beschreiben. Zu diesem Zeitpunkt trifft Sonnenlicht durch ein kleines Loch in einer Zeltwand genau auf den Eckpunkt des Zeltbodens, der durch den Punkt *B* beschrieben wird. Der Punkt $L(x_L|y_L|1{,}3)$ stellt das Loch in der Zeltwand dar.
Bestimmen Sie die Werte von x_L und y_L. Erreichbare BE-Anzahl: 03

2.6 Auf einem Teil des Zeltbodens hat ein 1,20 m großes Kind die Möglichkeit, aufrecht zu stehen.
Bestimmen Sie auf der Grundlage des Modells den Anteil des Flächeninhalts dieses Teils am Flächeninhalt des gesamten Zeltbodens.
Veranschaulichen Sie Ihr Vorgehen anhand einer geeignet beschrifteten Skizze.
Erreichbare BE-Anzahl: 05