Thema: Grundaufgabensammlung Analysis — Arbeitsblatt 6/Analysis

Grundaufgaben A-Teil (ohne HM)

1 Geben Sie die Gleichung einer Funktion f_1 an, deren Ableitungsfunktion f_1' mit $f_1'(x) = 2 \cdot x^{-2} + 3 \cdot x$ vorgegeben ist.

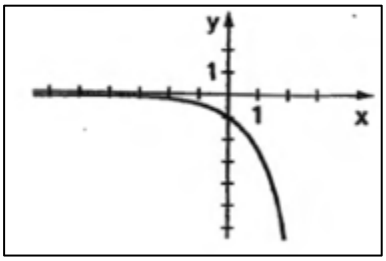
2 Ermitteln Sie die Stellen, an der der Anstieg der Tangente an den Graphen der Funktion $f_a(x) = 3 \cdot a \cdot x^3 - 4 \cdot a \cdot x \quad (a \in \mathbb{R}; a \neq 0; x \in \mathbb{R})$ gleich Null ist.

3 Begründen oder widerlegen Sie:
Wenn der Graph einer Funktion f an der Stelle 1 einen Hochpunkt und an der Stelle 3 einen Tiefpunkt hat, dann liegt zwischen den Stellen 1 und 3 ein Wendepunkt des Graphen.

4 In der nebenstehenden Abbildung ist der Graph einer der folgenden Funktionen dargestellt
$h(x) = e^{-x}$; $h'(x) = -e^{-x}$;
$g(x) = 1 - e^{x}$; $g'(x) = -e^{x}$.

4.1 Indicate, which function it concerns and why it not can be the graph of another function.

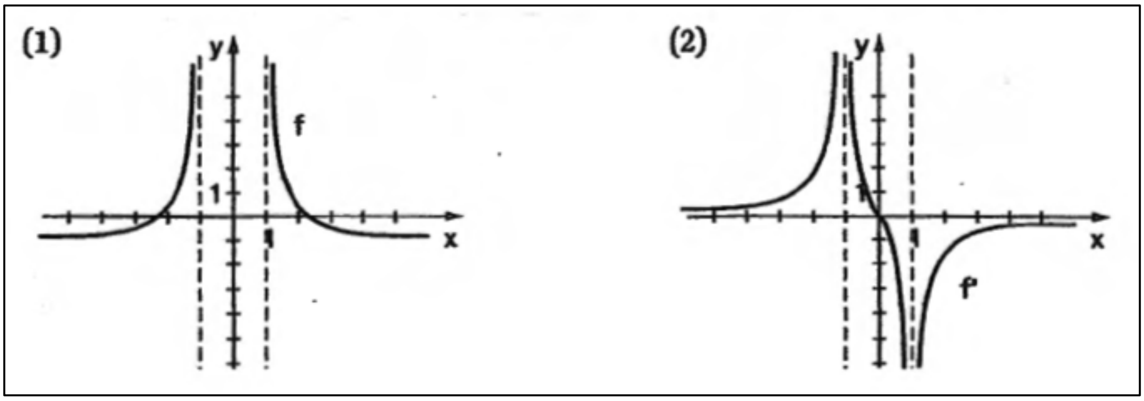
4.2 Zeigen Sie rechnerisch, dass die Graphen von h und g im Schnittpunkt mit der y - Achse Tangenten haben, die parallel verlaufen.



5 In der untenstehenden Abbildung zeigt die Abbildung 1 den unvollständigen Graphen einer gebrochenrationalen Funktion f, Abbildung 2 den der Ableitungsfunktion f'.
Zwischen den Polstellen $x_{p1} = -1$ und $x_{p2} = 1$ ist der Graph von f nicht dargestellt.

5.1 Vervollständigen Sie die Abbildung 1.

5.2 Describe the monotony behavior of f with help of the graph of f'.



Grundaufgaben B-Teil (mit HM)

1 An den Graphen der Funktion f mit $f(x) = \frac{x-1}{x+1} (x \in \mathbb{R}; x \neq -1)$ lassen sich Tangenten zeichnen, die durch den Koordinatenursprung verlaufen.
Bestimmen Sie die Gleichung einer dieser Tangenten.

2 Gegeben ist die Funktionenschar f_t mit $f_t(x) = \frac{8}{x}\left(\sqrt{x} - t\right) \quad (t > 0)$.

2.1 Untersuchen Sie den Graphen der Funktion f_t auf Schnittpunkte mit den Koordinatenachsen, Ermitteln Sie Koordinaten des lokalen Maximums von f_t. Geben Sie Asymptoten an.

2.2 Ermitteln die Gleichung der Ortskurve, auf der alle Maxima der Graphen der Funktionenschar f_t liegen.

2.3 Ermitteln Sie, für welche Werte von t die Graphen der Funktionenschar f_t unterhalb der Geraden $y = 1$ verlaufen.

3 Gegeben ist die Funktionenschar f_a mit $f_a(x) = \frac{a \cdot x^2}{x^2 - 4} \left(x \in D_f; a > 0\right)$.

3.1 Durch welchen Punkt verlaufen alle Graphen der Funktionenschar?

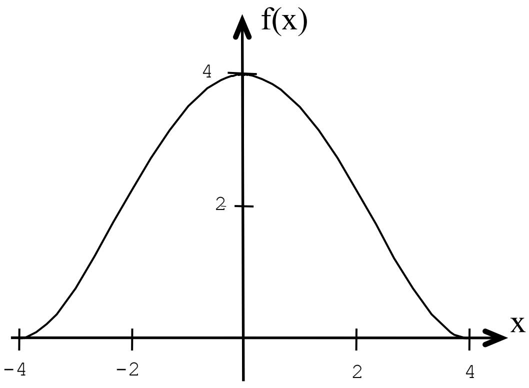
3.2 Untersuchen Sie f_a auf die Existenz von Nullstellen.
Geben Sie waagerechte und senkrechte Asymptoten.

3.3 Zeigen Sie, dass der Graph von f_a im Punkt $(0|f_a(0))$ einen lokalen Extrempunkt besitzt.

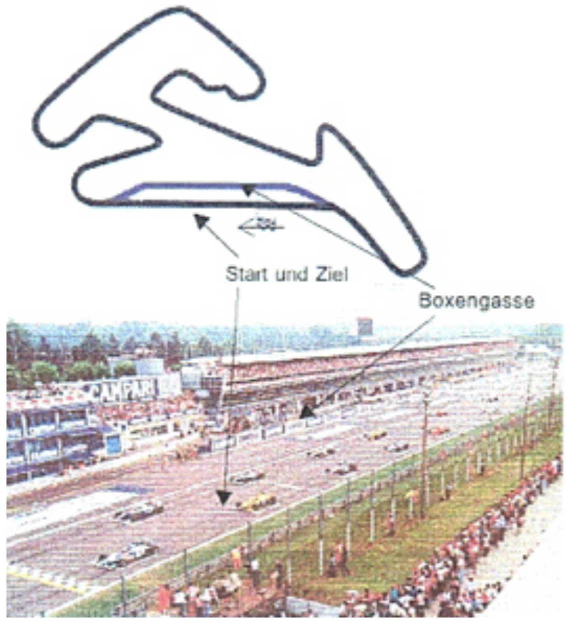
3.4 Ermitteln Sie die Gleichungen der Tangente t_a und Normalen n_a im Punkt $Q(1|f_a(1))$.
Geben Sie weitere Schnittpunkte des Graphen der Funktion f_1 mit der Tangente t_1 und der Normalen n_1 an.

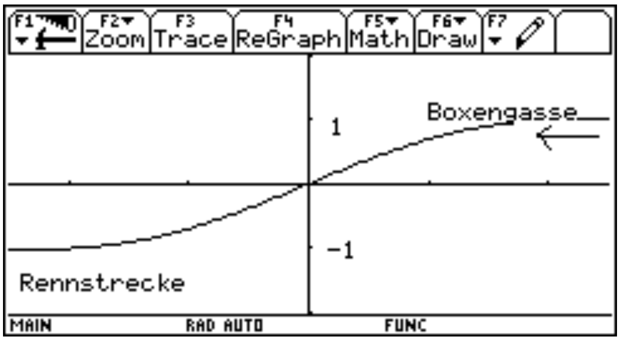
Anwendungsaufgaben B-Teil (mit HM)

1 Der symmetrische Giebel eines Renaissancehauses soll rekonstruiert werden.
Der obere Giebelrand ist in der Abbildung in einem Koordinatensystem dargestellt.
Eine gerade, ganzrationale Funktion f beschreibt im entsprechenden Intervall den oberen Giebelrand.
Die x - Achse ist Tangente an den Graph der Funktion f in den Punkten $P_1(-4|0)$ und $P_2(4|0)$.
Die maximale Höhe des Giebels über der Dachkante beträgt 4,0 m
(siehe Abbildung).
Begründen Sie, dass die Funktion f eine Funktion mindestens 4. Grades sein muss.
Ermitteln Sie eine Gleichung der Funktion f.

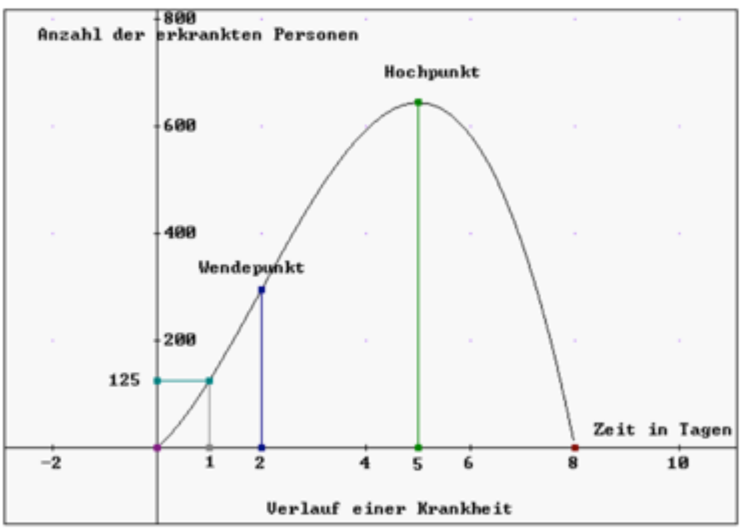


2 Die Formel 1 – Strecken haben im Start - und Zielbereich häufig lange Geraden, die von Tribünen gesäumt werden (siehe Skizzen). Parallel dazu liegt meist die Boxengasse, in der die Fahrzeuge aufgetankt und gewartet werden.
Der Übergang von der dargestellten Boxengasse zur Rennstrecke soll durch den Graphen einer Funktion beschrieben werden.
Arbeitshinweise: Die Rennstrecke wird parallel zur x – Achse gelegt (siehe Skizze).
Der Übergang soll tangential (ohne Knick) an den Punkten $P_1(2{,}4|1)$ und $P_2(-2{,}4|-1)$erfolgen.





3 In der nebenstehenden Zeichnung ist der Verlauf einer Krankheit dargestellt.
Man kann den Verlauf durch den Graphen zu einer ganzrationalen Funktion f vierten Grades annähern.
(Anmerkung: Der tatsächliche Verlauf einer Krankheit wird durch den Graphen einer natürlichen Exponentialfunktion besser beschrieben.)



3.1 Describe with own words the process of the illness.

3.2 When increases the number of the patients most strongly?

3.3 Determining the equation of the function f.