

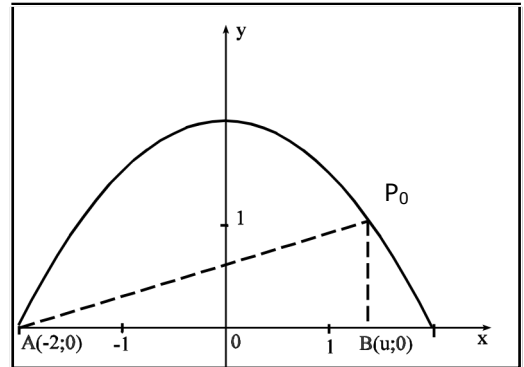
Thema: EXTREMWERTAUFGABEN BEI FUNKTIONEN **AB 4/Analysis**

Müsste ich ohne Hilfsmittel lösen können...

1 $P_0(u | v)$ sei ein beliebiger Punkt auf der Parabel mit der Gleichung $f(x) = -0,5x^2 + 2$ $[-2 \leq x \leq 2]$.

Bestimmen Sie P_0 so, dass das Dreieck ABP_0 mit $A(-2 | 0)$ und $B(u | 0)$ den größtmöglichen Flächeninhalt hat.
Geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

(Lös.: $P_0\left(\frac{2}{3} | \frac{16}{9}\right); A = \left(\frac{4}{3}\right)^2$)



2 Zeichnen Sie für $0 \leq x \leq 2$ die Parabel mit der Gleichung $f(x) = -x^2 + 4$. $P(u | v)$ sei ein beliebiger Punkt auf dem gezeichneten Parabelbogen.

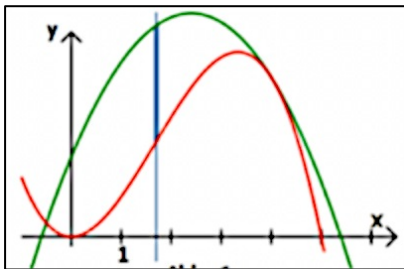
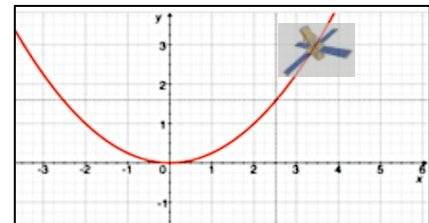
- a) Für welchen Punkt P hat das Rechteck OP_1PP_2 mit $O(0 | 0)$, $P_1(u | 0)$, $P_2(0 | v)$ maximalen Flächeninhalt?
- b) Bestimmen Sie den Punkt P so, dass das Rechteck OP_1PP_2 maximalen Umfang besitzt.

(Lös.: a) $P\left(\pm\sqrt{\frac{4}{3}} | \frac{8}{3}\right)$; b) maximaler Umfang für $P\left(\frac{1}{2} | \frac{15}{4}\right)$)

3 Eine Raumsonde bewegt sich auf einer parabelförmigen Bahn mit der Gleichung $y = f(x) = \frac{1}{4}x^2$.

In welchem Punkt der Bahnkurve der Raumsonde wird der geringste Abstand zum Punkt $B(3 | 0)$ erreicht?

(Lös.: $P(2 | 1)$)



4 Gegeben sind die Funktionen $f(x) = -\frac{1}{5}x^3 + x^2$ und

$g(x) = -0,5x^2 + \frac{12}{5}x + \frac{8}{5}$ (siehe Abbildung).

Die Gerade $x = u$ mit $-0,5 \leq u \leq 4$ schneidet den Graphen von f im Punkt P und den Graphen von g im Punkt Q . Berechnen Sie den Wert für u , für den die Länge der

Strecke \overline{PQ} maximal wird.

Geben Sie die Koordinaten von P und Q sowie die Länge der Strecke \overline{PQ} an. (Lös.: $u = 1$ / $P\left(1 | \frac{7}{2}\right)$; $Q\left(1 | \frac{4}{5}\right)$; $d(u) = \frac{27}{10}$)

<http://www.ina-de-brandant.de/analysis/ew/extremwertaufgaben2-2.html>

Müsste ich mit Einsatz des GTR lösen können...

1 Gegeben ist der Graph der Funktion mit $f(x) = x^2 - 3x + 3$.

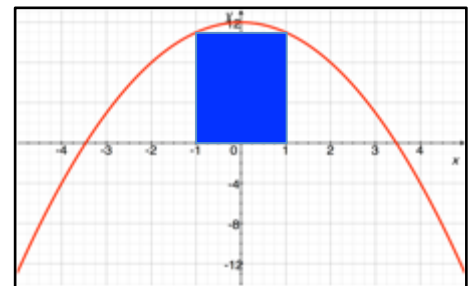
Berechnen Sie die Koordinaten desjenigen Punktes auf dem Graphen, dessen Abstand zum Ursprung minimal ist.
Geben Sie den minimalen Abstand d an.

(Lös.: $P(1 | 1)$ / $d = \sqrt{2}$)

2 Der Graph zu der Funktion mit $f(x) = -x^2 + 12$ und die Abszissenachse schließen eine Fläche ein.

In diese Fläche wird ein Rechteck so gelegt, dass die Rechteckseiten parallel zu den Koordinatenachsen verlaufen.
Berechnen Sie die Koordinaten der Eckpunkte desjenigen Rechtecks, dessen Flächeninhalt maximal ist, und geben Sie den maximalen Flächeninhalt an.

(Lös.: $A(-2 | 0)$; $B(2 | 0)$; $C(2 | 8)$; $D(-2 | 8)$ / $A_{\text{Rechteck}} = 32$)



3 Durch $f_t(x) = x^2 - 4tx - t^2 - 2t$ $t \in \mathbb{R}$ ist eine Funktionenschar gegeben.

a) Zeichnen Sie die Graphen der Funktionen f_{-1} , f_0 und $f_{0,5}$ im gleichen Koordinatensystem auf dem GTR.

b) Welche Koordinaten hat der Tiefpunkt des Graphen von f_t in Abhängigkeit von t ?

c) Für welchen Wert von t liegt der Tiefpunkt am höchsten? Geben Sie diesen Wert von t an.

(Lös.: b) $T(2t | -5t^2 - 2t)$; c) $t = -0,2$)